

# Optique de polarisation et ses applications

Jean-Marie Malherbe

► **To cite this version:**

Jean-Marie Malherbe. Optique de polarisation et ses applications. Licence. Optique de polarisation et ses applications, 2014, pp.28. cel-01023295

**HAL Id: cel-01023295**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-01023295>**

Submitted on 11 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Optique de polarisation et ses applications**  
**niveau L3, Jean-Marie Malherbe, 11/07/2014**

**COURS**

<b>I - Polariseur linéaire</b>	<b>2</b>
<b>II - Polariseurs linéaires croisés</b>	<b>2</b>
<b>III - Lames retardatrices</b>	<b>3</b>
<b>IV - Association de deux lames en série</b>	<b>5</b>
<b>V - Polariseurs circulaires droits (RH) et gauches (LH) - (<i>Right/Left Handed</i>)</b>	<b>6</b>
<b>VI - Polariseur linéaire et lame quart d'onde: polarisation elliptique ou circulaire</b>	<b>7</b>
<b>VII - Polariseurs circulaires en série</b>	<b>8</b>
<b>VIII - Polariseur linéaire et lame demi d'onde: rotateur de polarisation linéaire</b>	<b>9</b>
<b>IX - Un polarimètre simple</b>	<b>10</b>
<b>X - Spectre cannelé formé par une lame biréfringente</b>	<b>13</b>
<b>XI - Le séparateur biréfringent en incidence normale</b>	<b>14</b>
<b>XII - Paramètres de Stokes</b>	<b>17</b>
<b>XIII - Mesure à distance par effet Zeeman du champ magnétique longitudinal par la mesure des déplacements des composantes Zeeman des raies spectrales</b>	<b>18</b>
<b>XIV - Mesure à distance par effet Zeeman du champ magnétique longitudinal par la mesure du taux de polarisation circulaire des raies spectrales</b>	<b>19</b>
<b>XV - Chromatisme des lames à retard statiques et lames dites "achromatiques"</b>	<b>21</b>
<b>XVI - Lames à retard variable à cristaux liquides</b>	<b>22</b>

**TRAVAUX PRATIQUES**

<b>A - Polariseurs</b>	<b>23</b>
<b>B - Lame demi onde entre deux polariseurs</b>	<b>24</b>
<b>C - Assemblage de deux lames quart d'onde entre deux polariseurs</b>	<b>24</b>
<b>D - Assemblage de deux lames demi onde entre deux polariseurs</b>	<b>24</b>
<b>E - Assemblage de deux polariseurs circulaires</b>	<b>25</b>
<b>F - Séparateur biréfringent en spath sous incidence normale</b>	<b>26</b>
<b>G - Détermination des axes d'une lame à retard</b>	<b>26</b>
<b>H - Calibration quart et trois quarts d'onde d'une lame à retard à cristal liquide</b>	<b>27</b>
<b>I - Observation: mesure des champs magnétiques des taches par effet Zeeman</b>	<b>27</b>

## I - Polariseur linéaire

Considérons une onde plane progressive harmonique (OPPH) se propageant le long de l'axe Oz et dont le champ électrique a pour vibration  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ .

Rappelons que la polarisation est linéaire si  $\phi = 0$  (orientation fixe du vecteur  $\mathbf{E}$ ).

Dans les autres cas, elle est elliptique, les axes de l'ellipse étant non colinéaires aux axes Ox, Oy.

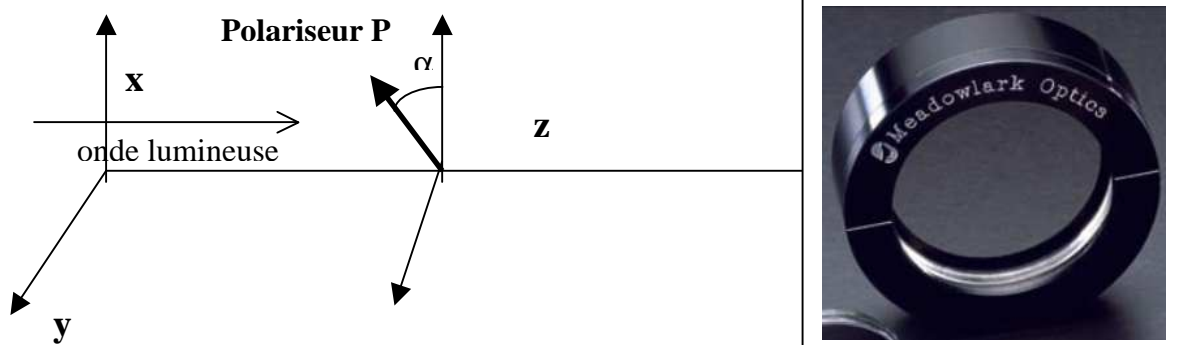
Si  $\phi = \pm\pi/2$ , la polarisation est elliptique et les axes de l'ellipse sont Ox et Oy.

Elle devient circulaire seulement si  $E_x = E_y$  (la norme du vecteur  $\mathbf{E}$  est alors constante). Elle est dans ce dernier cas particulier circulaire gauche si  $\phi = -\pi/2$  et circulaire droite si  $\phi = \pi/2$  (impose le sens de rotation du vecteur  $\mathbf{E}$ , droit ou gauche).

Un polariseur d'axe Ox ne laisse passer que la composante  $E_x \cos(\omega t - kz)$  selon Ox, un polariseur d'axe Oy ne laisse passer que la composante  $E_y \cos(\omega t - kz + \phi)$  selon Oy, et un polariseur incliné d'un angle  $\alpha$  quelconque dans le plan (xOy) laisse passer la combinaison  $E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(\alpha)$ . La lumière sortant d'un polariseur est polarisée linéairement (on dit aussi à polarisation rectiligne), ce qui signifie que la vibration possède une direction fixe dans l'espace, celle de l'axe d'acceptance du polariseur (direction que l'on schématise par une flèche). L'intensité vaut  $I = \langle [E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(\alpha)]^2 \rangle$ , soit si est  $\phi$  constant:

$$I = \frac{1}{2} [E_x^2 \cos^2(\alpha) + E_y^2 \sin^2(\alpha) + E_x E_y \cos(\phi) \sin(2\alpha)].$$

Lorsque  $\phi$  est aléatoire (lumière naturelle),  $\langle \cos(\phi) \rangle = 0$  et il reste  $I = \frac{1}{2} [E_x^2 \cos^2(\alpha) + E_y^2 \sin^2(\alpha)]$ .



Si la lumière incidente est polarisée linéairement, par exemple selon Ox:  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$ :

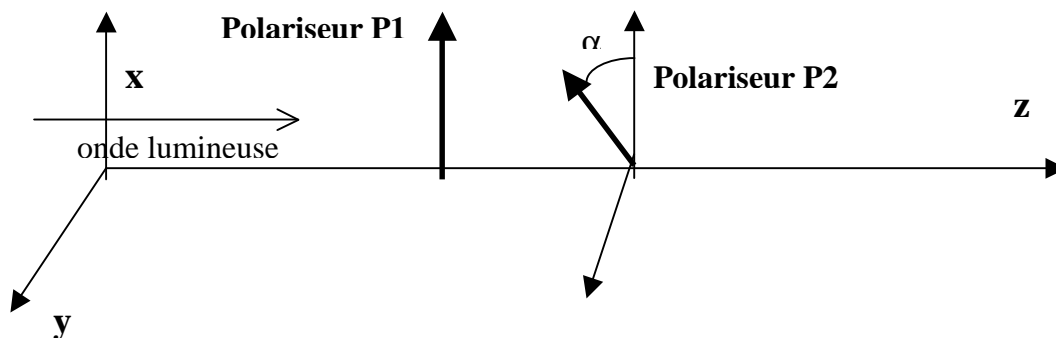
- un polariseur d'axe Ox ( $\alpha = 0$ ) transmet  $E_x \cos(\omega t - kz)$ , donc toute la lumière incidente;
- un polariseur d'axe Oy ( $\alpha = \pi/2$ ) ne transmet rien; il y a extinction totale;
- un polariseur d'axe quelconque ( $\alpha$ ) transmet  $E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha)$ , donc une fraction de la lumière incidente; si l'intensité incidente est  $I_0 = \langle [E_x \cos(\omega t - kz)]^2 \rangle = E_x^2/2$ , alors le polariseur transmet l'intensité  $I = I_0 \cos^2(\alpha)$ . Cette intensité est donc modulée par le facteur  $\cos^2(\alpha)$ .

## II - Polariseurs linéaires croisés

Considérons un polariseur  $P_1$  d'axe Ox et un second polariseur  $P_2$  incliné d'un angle  $\alpha$  quelconque dans le plan (xOy). L'onde incidente est représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ .

La lumière issue du premier polariseur est de la forme  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$  et n'a de composante que sur l'axe Ox. La lumière issue du second polariseur s'écrit  $E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha)$  et son intensité est donnée par  $I = I_0 \cos^2(\alpha)$  où  $I_0 = \langle [E_x \cos(\omega t - kz)]^2 \rangle = E_x^2/2$ . Cette intensité est modulée par le facteur  $\cos^2(\alpha)$ .

Il y a extinction lorsque  $\alpha = \pi/2 + k\pi$  (donc lorsque les axes des polariseurs sont orthogonaux).



### III - Lames retardatrices

Un retardateur est un élément biréfringent (cristal de spath, de quartz, de MgF2, cristal liquide) possédant deux axes orthogonaux (rapide "*Fast*" et lent "*Slow*"). La vitesse de phase  $V$  de la vibration ( $C/n_o$  et  $C/n_e$  pour les rayons ordinaire et extraordinaire, qui sont spatialement confondus et parallèles à  $Oz$ ) diffère selon que le champ électrique est porté ou projeté sur l'axe rapide ou sur l'axe lent. Ces deux axes sont orthogonaux à la direction de propagation  $Oz$  et contenus dans le plan  $xOy$ . Ils introduisent un retard  $\delta$  entre eux (déphasage) qui est fonction de l'épaisseur  $e$  traversée et de la différence  $\Delta n$  des indices de réfraction ordinaire  $n_o$  et extraordinaire  $n_e$  ( $\Delta n = 0.17$  pour le spath,  $-0.01$  pour le quartz). Une onde en  $\cos(\omega t)$  en entrée devient  $\cos(\omega t + \varphi)$  en sortie, où :

$\varphi_F = - (2 \pi / \lambda) (e C / V_F)$  est la phase sur l'axe "Fast"

$\varphi_S = - (2 \pi / \lambda) (e C / V_S)$  est la phase sur l'axe "Slow" avec  $V_S < V_F$

Le déphasage entre les axes "Slow" et "Fast" (retard  $\delta < 0$  à **ajouter à l'axe "Slow"**) est donné par :

$\varphi_S = \varphi_F + \delta$ , d'où  $\delta = (2 \pi / \lambda) e C (1/V_F - 1/V_S) < 0$  et avec  $n = C/V$  ( $V$  vitesse de phase),

$|\delta| = (2 \pi / \lambda) (|\Delta n| e)$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide

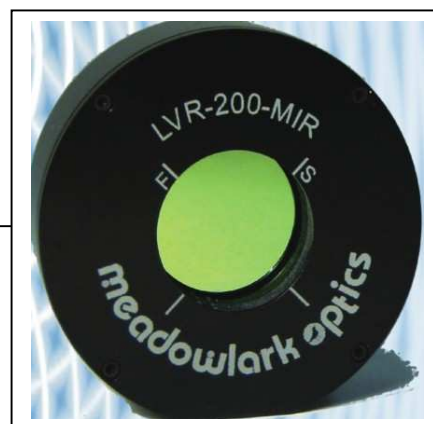
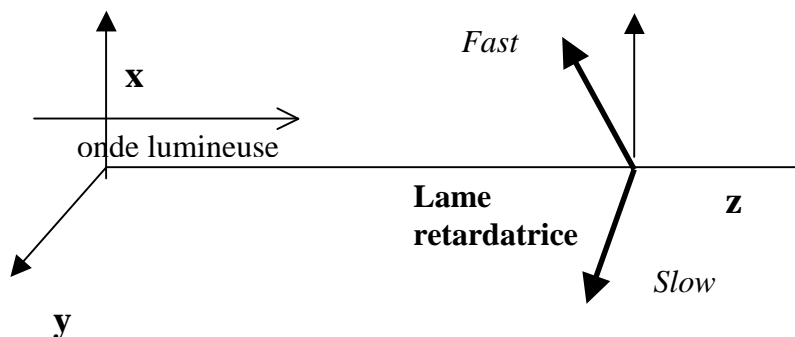
Pour le spath, l'axe "Slow" correspond au rayon ordinaire ( $n_o > n_e$ ); pour le quartz c'est le contraire.

Lorsque  $\delta = 0$ , on a une simple lame à faces parallèles

Lorsque  $\delta = -\pi/2$  ou  $-3\pi/2$ , on a une lame **quart d'onde**

Lorsque  $\delta = -\pi$ , on a une lame **demi onde**

Lorsque  $\delta = -2\pi$ , on a une lame **onde**



Attention !  $\Delta n$  est une fonction de  $\lambda$ , de sorte qu'une lame retardatrice n'est en général exactement quart d'onde ou demi onde que pour seulement **une** (lames ordinaires) ou **deux** valeurs (lames dites achromatiques) de la longueur d'onde. Dans le cas des cristaux liquides, le cristal est disposé entre 2

électrodes transparentes entre lesquelles on ajuste une différence de potentiel qui permet de faire varier  $|\delta|$  de façon continue entre 0 et  $2\pi$ . On a alors un retardateur variable, qui peut devenir exactement quart ou demi onde pour n'importe quelle longueur d'onde selon la tension appliquée.

Une lame quart d'onde sert à transformer une polarisation linéaire en polarisation circulaire, et vice versa. Une lame demi onde sert à obtenir une polarisation linéaire symétrique par rapport aux axes "Fast" et "Slow".

**Uniaxial materials, at 590 nm<sup>[1]</sup>**

Material	$n_o$	$n_e$	$\Delta n$
beryl $\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_3)_6$	1.602	1.557	-0.045
calcite $\text{CaCO}_3$	1.658	1.486	-0.172
calomel $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$	1.973	2.656	+0.683
ice $\text{H}_2\text{O}$	1.309	1.313	+0.014
lithium niobate $\text{LiNbO}_3$	2.272	2.187	-0.085
magnesium fluoride $\text{MgF}_2$	1.380	1.385	+0.006
quartz $\text{SiO}_2$	1.544	1.553	+0.009
ruby $\text{Al}_2\text{O}_3$	1.770	1.762	-0.008
rutile $\text{TiO}_2$	2.616	2.903	+0.287
peridot $(\text{Mg, Fe})_2\text{SiO}_4$	1.690	1.654	-0.036
sapphire $\text{Al}_2\text{O}_3$	1.768	1.760	-0.008
sodium nitrate $\text{NaNO}_3$	1.587	1.336	-0.251
tourmaline (complex silicate)	1.669	1.638	-0.031
zircon, high $\text{ZrSiO}_4$	1.960	2.015	+0.055
zircon, low $\text{ZrSiO}_4$	1.920	1.967	+0.047

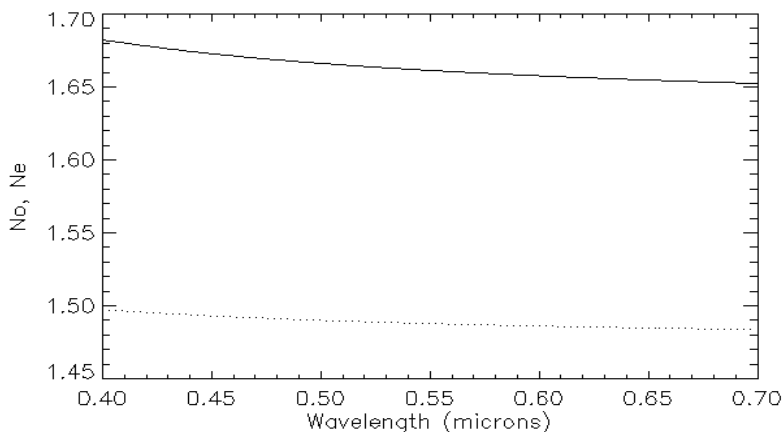
Valeurs des indices de réfraction (à  $\lambda = 590 \text{ nm}$ ) ordinaires  $n_o$  et extraordinaires  $n_e$  pour quelques cristaux

En pratique,  $n_o$  et  $n_e$  dépendent de la longueur d'onde de la lumière. Par exemple :  
indice ordinaire du spath ( $\lambda$  en microns):

$$n_o = ( 2.69705 + 0.0192064 / (\lambda^2 - 0.01820) - 0.0151624 \lambda^2 )^{1/2}$$

indice extraordinaire du spath ( $\lambda$  en microns):

$$n_e = ( 2.18438 + 0.0087309 / (\lambda^2 - 0.01018) - 0.0024411 \lambda^2 )^{1/2}$$



$n_o$  et  $n_e$  en fonction de la longueur d'onde pour le spath

Prenons maintenant une onde incidente représentée par  $\mathbf{E}$  ( $E_x \cos(\omega t - kz)$ ,  $E_y \cos(\omega t - kz + \phi)$ , 0).

#### a) Lame quart d'onde

La lame quart d'onde introduit un **déphasage de  $-\pi/2$**  entre les composantes du champ électrique  $\mathbf{E}$  projetées sur les axes "Fast" et "Slow" (ajouter  $-\pi/2$  sur "Slow").

- Si les axes (Fast, Slow) d'une lame quart d'onde sont colinéaires respectivement aux axes  $O_x$  et  $O_y$ , nous aurons en sortie le champ:

$$(E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi - \pi/2), 0) \text{ c'est à dire } (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \sin(\omega t - kz + \phi), 0).$$

Il s'agit d'une polarisation elliptique gauche.

- Si les axes (Slow, Fast) de la lame quart d'onde sont colinéaires respectivement aux axes  $O_x$  et  $O_y$ , nous aurons en sortie le champ:  
 $(E_x \cos(\omega t - kz - \pi/2), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$  c'est à dire  $(E_x \cos(\omega t - kz - \pi/2), -E_y \sin(\omega t - kz + \phi - \pi/2), 0)$ .  
 Il s'agit d'une polarisation elliptique droite.

- Si l'on part d'une polarisation linéaire  $(E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz), 0)$ , on obtient en sortie:  
 $(E_x \cos(\omega t - kz), E_y \sin(\omega t - kz), 0)$  si l'axe "Fast" est  $O_x$ , ou bien  
 $(E_x \cos(\omega t - kz - \pi/2), -E_y \sin(\omega t - kz - \pi/2), 0)$  si l'axe "Slow" est  $O_x$ .

Lorsque  $E_x = E_y$ , la polarisation elliptique devient circulaire puisque la norme du vecteur  $\mathbf{E}$  est constante. Le vecteur  $\mathbf{E}$  tourne alors vers la gauche (circulaire gauche) ou vers la droite (circulaire droite) selon le positionnement des axes (Fast, Slow) de la lame dans le repère  $(xOy)$ . Une lame quart d'onde peut donc transformer une polarisation linéaire en circulaire, et vice versa.

Si  $O_x$  est l'axe "Fast", le déphasage sur  $O_y$  (axe lent) est  $-\pi/2$  et on obtient:

$E_x (\cos(\omega t - kz), \sin(\omega t - kz), 0)$ . C'est une polarisation circulaire gauche.

Si  $O_x$  est l'axe "Slow", le déphasage sur  $O_x$  est  $-\pi/2$  et on obtient:

$E_x (\cos(\omega t - kz - \pi/2), -\sin(\omega t - kz - \pi/2), 0)$ . C'est une polarisation circulaire droite.

#### b) Lame demi onde

La lame demi onde introduit un **déphasage de  $-\pi$**  entre les composantes du champ électrique  $\mathbf{E}$  projetées sur les axes "Fast" et "Slow" (ajouter  $-\pi$  sur "Slow").

Si les axes d'une lame demi d'onde sont colinéaires aux axes  $O_x$  et  $O_y$ , nous aurons en sortie:

$(E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi - \pi), 0) = (E_x \cos(\omega t - kz), -E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$  si  $O_x$  est "Fast"  
 ou bien

$(E_x \cos(\omega t - kz - \pi), E_y \cos(\omega t - kz + \phi - \pi), 0) = (-E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$  si  $O_x$  est "Slow"

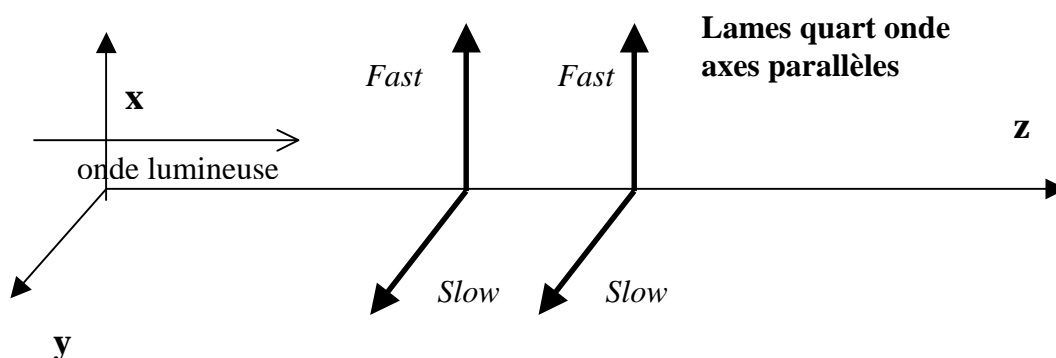
La lame demi d'onde introduit donc un changement de signe d'une composante, c'est à dire une symétrie par rapport aux axes "Fast" et "Slow".

### IV - Association de deux lames en série

On s'intéresse au cas où les axes des lames sont parallèles ou orthogonaux.

Pour deux lames d'épaisseur  $e_1$  et  $e_2$ , axes parallèles entre eux, avec  $\omega$  pulsation de l'onde,  $V_F$  et  $V_S$  vitesses de propagation selon les axes Fast et Slow, le retard de l'axe "Slow" par rapport à l'axe "Fast" est donné par  $\delta = \omega e (1/V_F - 1/V_S)$

a) Pour deux lames quart d'onde en série:



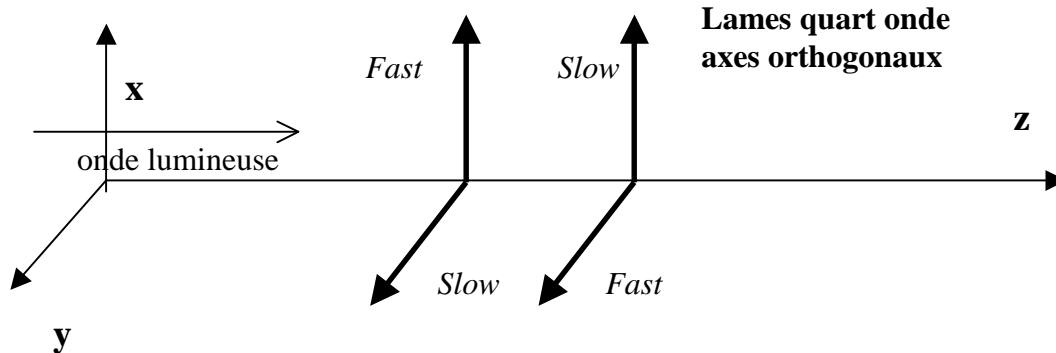
Lorsque les axes sont parallèles, les retards s'ajoutent:

- le retard sur Oy à la sortie de la première lame est  $\delta_1 = \omega e_1 (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2p\pi$

- le retard sur Oy à la sortie de la seconde lame est  $\delta_2 = \omega e_2 (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2n\pi$

Le retard cumulé sur l'axe Oy par rapport à l'axe Ox est donc  $\delta = \delta_1 + \delta_2 = -\pi$  modulo  $2\pi$

On a donc une lame équivalente à demi onde.



Lorsque les axes sont tournés de  $90^\circ$  entre les deux lames quart d'onde:

- le retard sur Oy à la sortie de la première lame est  $\delta_1 = \omega e_1 (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2p\pi$

- le retard sur Ox à la sortie de la seconde lame est  $\delta_2 = \omega e_2 (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2n\pi$

Les deux axes Ox et Oy cumulent donc le même retard et restent en phase; on a donc une lame zéro onde sans effet.

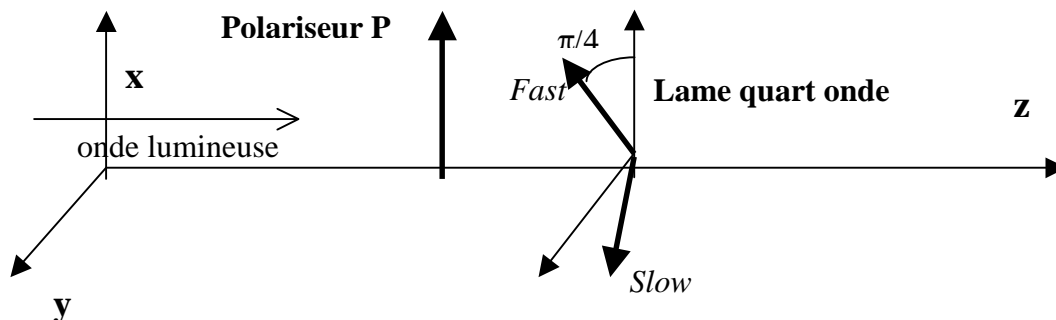
b) Deux lames demi onde en série seront pour les mêmes raisons équivalentes à une lame onde ou zéro onde, donc sans effet, que leurs axes respectifs soient parallèles ou orthogonaux.

Dans le premier cas (axes parallèles), le retard cumulé sur l'axe Oy est  $\delta = \delta_1 + \delta_2 = (-\pi + 2p\pi) + (-\pi + 2n\pi) = -2\pi$  modulo  $2\pi$

Dans le second cas (axes orthogonaux), Ox et Oy cumulent le même retard donc restent en phase.

## V - Polariseurs circulaires droits (RH) et gauches (LH) - (Right/Left Handed)

Sont constitués d'un polariseur linéaire assemblé à une lame quart d'onde orientée à  $45^\circ$ .



Partons d'une onde incidente représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ . Le polariseur laisse passer la composante sur Ox et transmet  $(E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$ .

- Dans le système d'axes (Fast, Slow) propre à la lame quart d'onde, le champ incident sur la lame a pour coordonnées:

$\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, -E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, 0)$ .

et en sortie, dans le système d'axes (Fast, Slow), le champ sortant a pour coordonnées:

$\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, -E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sqrt{2}/2, 0)$ ,

où  $\delta = \omega e (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2k\pi$

avec  $\omega$  pulsation de l'onde,  $e$  épaisseur de la lame,  $V_F$  et  $V_S$  vitesses de propagation selon les axes rapides et lents.

$\mathbf{E}$  s'écrit donc  $(E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, -E_x \sin(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, 0)$  dans le repère (Fast, Slow).

La norme de  $\mathbf{E}$  est constante. Le vecteur  $\mathbf{E}$  tourne vers la droite lorsqu'on regarde la lame depuis l'extrémité de l'axe Oz. On obtient donc une polarisation circulaire droite (Right Handed, RH).

- Si l'on place en sortie un polariseur dont l'axe d'acceptance fait un angle  $\alpha$  avec l'axe "Fast", il transmet le signal  $\sqrt{2}/2 E_x [\cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) - \sin(\omega t - kz) \sin(\alpha)]$  soit  $\sqrt{2}/2 E_x \cos(\omega t - kz + \alpha)$  dont l'intensité est constante *quelle que soit son orientation* et égale à  $1/4 E_x^2$ .

- Si l'on intervertit les axes (Fast, Slow) en tournant la lame quart d'onde de  $90^\circ$  par exemple,  $\mathbf{E}$  s'écrit dans le repère (Slow, Fast) en entrée  $(E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, -E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, 0)$ , et en sortie  $\mathbf{E}$   $(E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sqrt{2}/2, -E_x \cos(\omega t - kz) \sqrt{2}/2, 0)$  où  $\delta = -\pi/2 + 2k\pi$ , ce qui se transforme en:  
 $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz - \pi/2) \sqrt{2}/2, E_x \sin(\omega t - kz - \pi/2) \sqrt{2}/2, 0)$

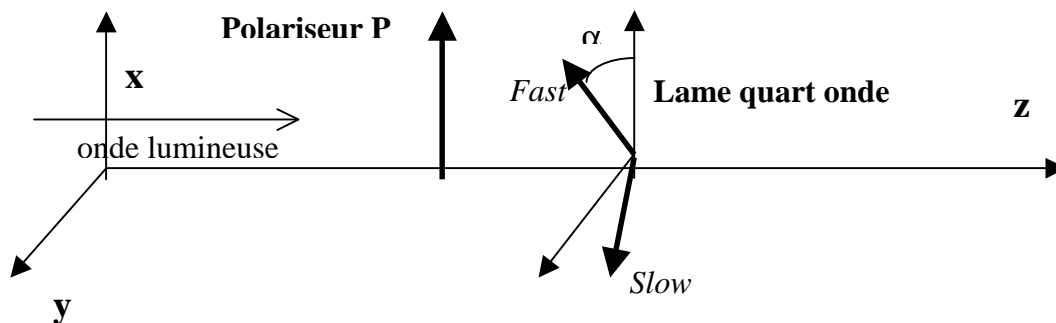
La norme de  $\mathbf{E}$  est constante. Le vecteur  $\mathbf{E}$  tourne vers la gauche lorsqu'on regarde la lame depuis l'extrémité de l'axe Oz. On obtient une polarisation circulaire gauche (Left Handed, LH).

- Si l'on place en sortie un polariseur dont l'axe d'acceptance fait un angle  $\alpha$  avec l'axe "Slow", il transmet le signal  $\sqrt{2}/2 E_x [\cos(\omega t - kz - \pi/2) \cos(\alpha) + \sin(\omega t - kz - \pi/2) \sin(\alpha)]$  soit  $\sqrt{2}/2 E_x \cos(\omega t - kz - \pi/2 - \alpha)$ , ou encore  $\sqrt{2}/2 E_x \sin(\omega t - kz - \alpha)$  dont l'intensité est constante *quelle que soit son orientation*.

Les polariseurs circulaires servent donc à créer des polarisations circulaires droites ou gauches (selon l'orientation des axes Fast, Slow de la lame quart d'onde par rapport à l'axe d'acceptance du polariseur).

## VI - Polariseur linéaire et lame quart d'onde: polarisation elliptique ou circulaire

On constitue le montage suivant, la lame quart d'onde étant tournée d'un angle  $\alpha$  quelconque.



L'onde incidente est représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ . Le polariseur laisse passer la composante sur Ox et transmet  $(E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$ .

- Dans le système d'axes (Fast, Slow) propre à la lame quart d'onde, le champ incident sur la lame a pour coordonnées:  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz) \sin(\alpha), 0)$ .

et en sortie dans le système d'axes (Fast, Slow),  $\mathbf{E}$  devient:

$(E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha), 0)$ ,

avec  $\delta = \omega e (1/V_F - 1/V_S) = -\pi/2 + 2k\pi$ ,

$\mathbf{E}$  s'écrit  $(E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \sin(\omega t - kz) \sin(\alpha), 0) = (E_1, E_2, 0)$



La polarisation est elliptique car  $(E_1 / \cos(\alpha))^2 + (E_2 / \sin(\alpha))^2 = E_x^2 = \text{constante}$  et devient circulaire lorsque la norme du vecteur  $\mathbf{E}$  est constante, seulement quand  $\alpha$  prend les valeurs  $\pi/4$  (circulaire droite) ou  $-\pi/4$  (circulaire gauche). L'intensité sortante vaut  $I = \frac{1}{2} E_x^2$  et est constante.

En revenant aux axes  $Ox, Oy$ , on obtient:

$$\mathbf{E} = E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \sin(\omega t - kz) \sin^2(\alpha), \cos(\alpha)\sin(\alpha) (\cos(\omega t - kz) - \sin(\omega t - kz)), 0]$$

- Si l'on place en sortie un second polariseur parallèle au premier, seule la composante

$E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \sin(\omega t - kz) \sin^2(\alpha)]$  est transmise,

et son intensité vaut  $I = \frac{1}{2} E_x^2 (\cos^4(\alpha) + \sin^4(\alpha))$ .

Or  $(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha))^2 = 1 = \cos^4(\alpha) + \sin^4(\alpha) + 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha)$ , d'où  $I = \frac{1}{2} E_x^2 (1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\alpha))$

Elle est minimale (mais pas nulle) lorsque  $\alpha$  vaut  $\pi/4$  modulo  $\pi/2$ .

- Si l'on place en sortie un second polariseur orthogonal au premier, seule la composante

$E_x [\cos(\alpha)\sin(\alpha) (\cos(\omega t - kz) - \sin(\omega t - kz))]$  est transmise

et son intensité vaut  $I = E_x^2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha)$ , d'où  $I = \frac{1}{4} E_x^2 \sin^2(2\alpha)$

Elle est nulle lorsque  $\alpha$  vaut 0 modulo  $\pi/2$ .

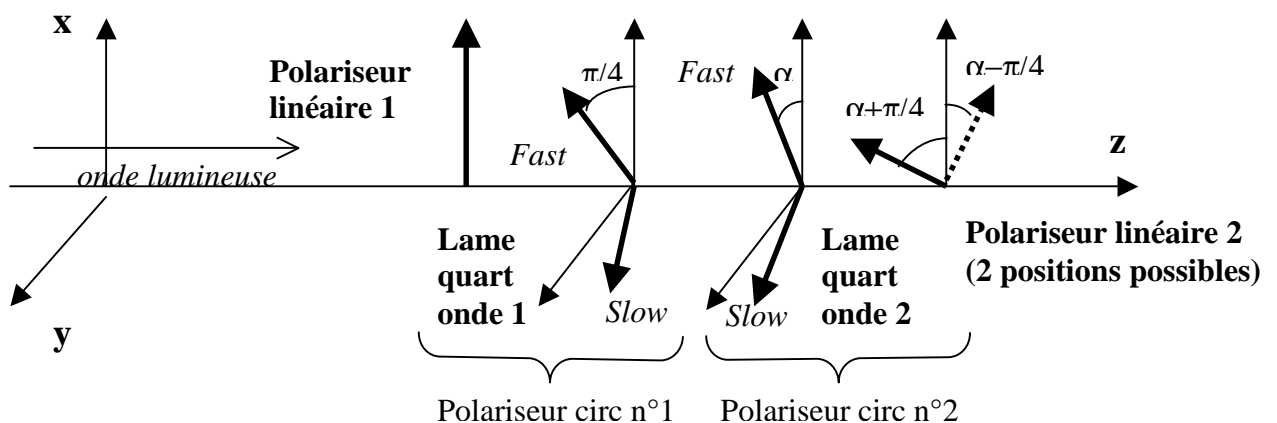
## VII - Polariseurs circulaires en série

Reprenons une onde incidente représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$  tombant sur un polariseur circulaire (polariseur linéaire n°1 d'axe  $Ox$  + lame quart d'onde n°1 à  $45^\circ$ ).

### Effet du polariseur circulaire droit n°1

Le polariseur n°1 transmet  $(E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$  qui devient dans le système d'axes (Fast, Slow) de la lame quart d'onde n°1  $\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz), -\cos(\omega t - kz), 0)$  en entrée.

En sortie de la lame n°1, on a dans le repère (Fast, Slow)  $\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz), -\sin(\omega t - kz), 0)$  en appliquant un déphasage de  $-\pi/2$  à l'axe "Slow". La lumière sortante est donc polarisée circulairement. La norme de  $\mathbf{E}$  vaut  $\frac{1}{2} E_x^2$ . C'est l'intensité issue du polariseur circulaire n°1.



### Effet du polariseur circulaire droit n°2

La lumière attaque ensuite un second polariseur circulaire de même nature dont la lame quart d'onde fait face à la lame n°1, les axes des deux lames faisant entre eux un angle égal à  $\pi/4 - \alpha$ .

Dans le repère (Fast, Slow) de la lame n°2, le champ électrique entrant a pour coordonnées :

$$\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz) \cos(\pi/4 - \alpha) + \sin(\omega t - kz) \sin(\pi/4 - \alpha), \cos(\omega t - kz) \sin(\pi/4 - \alpha) - \sin(\omega t - kz) \cos(\pi/4 - \alpha), 0)$$

soit  $\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), -\sin(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), 0)$

En sortie de la lame n°2 avec un déphasage de  $-\pi/2$  appliqué à l'axe "Slow", on obtient dans son repère propre (Fast, Slow):

$\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), \cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), 0)$

Ce champ doit être maintenant projeté sur la bissectrice des axes (Fast, Slow) de la lame n°2 qui représente l'axe d'acceptance du polariseur linéaire n°2. On obtient alors en sortie une polarisation linéaire à  $\alpha + \pi/4$  de l'axe Ox et représentée par la vibration :

$E = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha) \sqrt{2}/2 + \cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha) \sqrt{2}/2) = E_x \cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha)$

dont l'intensité est constante, *indépendante de l'angle entre les deux polariseurs circulaires*, et égale à  $1/2 E_x^2$ .

### ***Polariseurs circulaires de nature différente (droit, gauche)***

Si le second polariseur circulaire n'est pas de même nature que le premier, c'est que le polariseur n°2 fait un angle de  $\alpha - \pi/4$  avec l'axe Ox. On a vu qu'en sortie de la lame 2, on a dans le repère (Fast, Slow):

$\mathbf{E} = E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), \cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha), 0)$

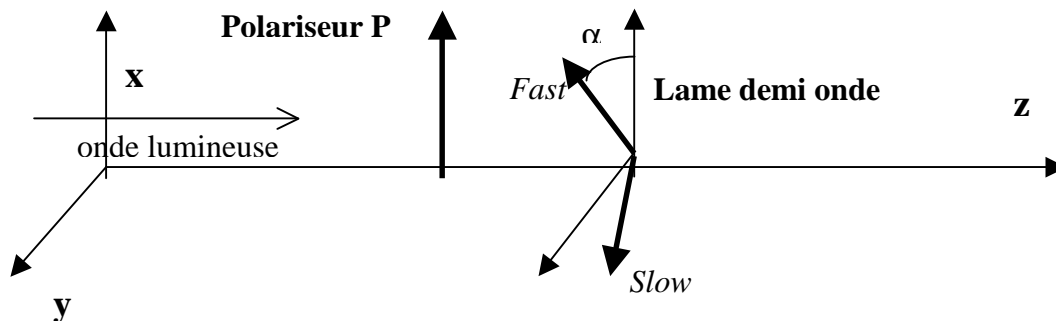
Ce champ doit être maintenant projeté sur l'axe d'acceptance du polariseur n°2. On obtient alors en sortie une extinction totale, puisque la vibration projetée est :

$E_x \sqrt{2}/2 (\cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha) \sqrt{2}/2 - \cos(\omega t - kz - \pi/4 + \alpha) \sqrt{2}/2) = 0$

dont l'intensité est nulle *quelque soit l'angle entre les deux polariseurs circulaires*.

## **VIII - Polariseur linéaire et lame demi d'onde: rotateur de polarisation linéaire**

On constitue le montage suivant, la lame demi d'onde étant tournée d'un angle  $\alpha$  quelconque.



Partons d'une onde incidente représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ . Le polariseur laisse passer la composante sur Ox et transmet  $(E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$  d'intensité  $1/2 E_x^2$ .

Dans le système d'axes (Fast, Slow) propre à la lame demi d'onde, le champ incident sur la lame a pour coordonnées:  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz) \sin(\alpha), 0)$ .

et en sortie  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha), 0)$ ,

avec  $\delta = \omega e (1/V_F - 1/V_S) = -\pi + 2k\pi$

$\mathbf{E}$  s'écrit  $(E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), E_x \cos(\omega t - kz) \sin(\alpha), 0) = E_x \cos(\omega t - kz) (\cos(\alpha), \sin(\alpha), 0)$

En revenant aux axes Ox, Oy, on obtient par projection

$\mathbf{E} = E_x \cos(\omega t - kz) (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha), 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha), 0) = E_x \cos(\omega t - kz) (\cos(2\alpha), \sin(2\alpha), 0)$

Il s'agit d'une polarisation linéaire tournée de  $2\alpha$  par rapport à Ox. L'intensité sortante est égale à l'intensité entrante et est indépendante de la rotation.

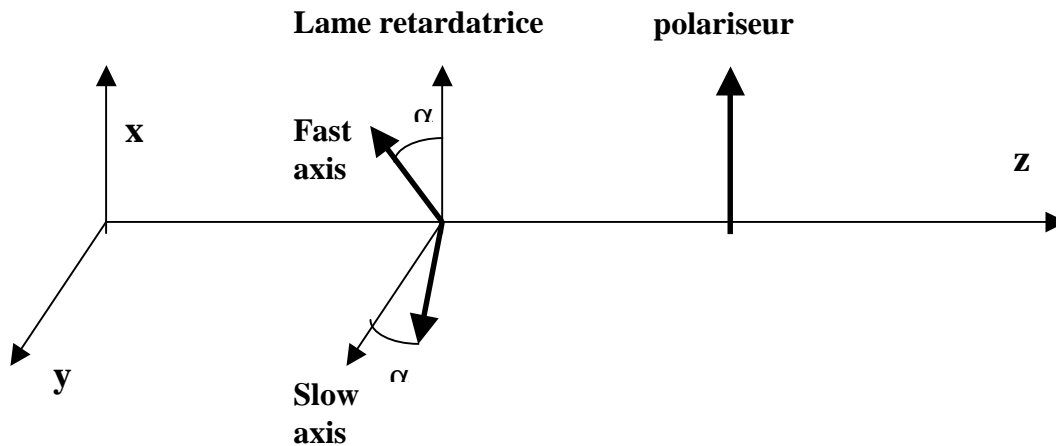
L'association d'un polariseur et d'une lame demi onde est donc un rotateur de polarisation linéaire.

La rotation est de  $\pi/2$  lorsque  $\alpha$  vaut  $\pi/4$ .

- Si l'on place en sortie un second polariseur parallèle au premier, seule la composante  $E_x \cos(\omega t - kz) \cos(2\alpha)$  est transmise, et son intensité vaut  $I = \frac{1}{2} E_x^2 \cos^2(2\alpha)$ . Elle est nulle lorsque  $\alpha$  vaut  $\pi/4$  modulo  $\pi/2$ .
- Si l'on place en sortie un second polariseur orthogonal au premier, seule la composante  $E_x \cos(\omega t - kz) \sin(2\alpha)$  est transmise, et son intensité vaut  $I = \frac{1}{2} E_x^2 \sin^2(2\alpha)$ . Elle est nulle lorsque  $\alpha$  vaut 0 modulo  $\pi/2$ .

### IX - Un polarimètre simple

Considérons un polarimètre constitué d'un retardateur introduisant un déphasage  $\delta$  et dont les axes font un angle  $\alpha$  avec les axes Ox et Oy (azimuth  $\alpha$ ), suivi d'un polariseur P orienté selon l'axe Ox.



Partons d'une onde incidente représentée par  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0)$ .

En projection sur les axes (Fast, Slow), on a en entrée sur la lame retardatrice:

$$E_F = E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(\alpha),$$

$$E_S = - E_x \cos(\omega t - kz) \sin(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \cos(\alpha),$$

Et en sortie de la lame retardatrice:

$$E_F = E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(\alpha),$$

$$E_S = - E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi + \delta) \cos(\alpha),$$

Le polariseur laisse passer la composante sur Ox qui vaut  $E_F \cos(\alpha) - E_S \sin(\alpha)$ , soit:

$$[E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(\alpha)] \cos(\alpha) - [- E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi + \delta) \cos(\alpha)] \sin(\alpha)$$

ou encore:

$$\underline{E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \cos(\omega t - kz + \delta) \sin^2(\alpha)] + E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)] \cos(\alpha) \sin(\alpha)}$$

#### a) Cas d'une lame à orientation $\alpha$ fixe et retard $\delta$ variable (cristaux liquides)

Prenons  $\alpha = \pi/4$ , dans ce cas le polariseur laisse passer sur l'axe Ox:

$$\frac{1}{2} E_x [\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t - kz + \delta)] + \frac{1}{2} E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)]$$

ou plus simplement:

$$E_x \cos(\omega t - kz + \delta/2) \cos(\delta/2) + E_y \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \sin(\delta/2)$$

L'intensité sortante est  $I = \langle [E_x \cos(\omega t - kz + \delta/2) \cos(\delta/2) + E_y \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \sin(\delta/2)]^2 \rangle$  soit:

$$I = \frac{1}{2} E_x^2 \cos^2(\delta/2) + \frac{1}{2} E_y^2 \sin^2(\delta/2) + E_x E_y \sin(\delta) \langle \cos(\omega t - kz + \delta/2) \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \rangle$$

or  $\langle \cos(\omega t - kz + \delta/2) \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \rangle = 1/2 \langle \sin(2\omega t - 2kz + \phi + \delta) + \sin(\phi) \rangle = 1/2 \sin(\phi)$

Donc l'intensité sortante est  $I = 1/2 [ E_x^2 \cos^2(\delta/2) + E_y^2 \sin^2(\delta/2) + E_x E_y \sin(\delta) \sin(\phi) ]$

**Effet d'une lame quart d'onde à retard  $\delta = -\pi/2$**

$$I_1 = 1/2 [ E_x^2 / 2 + E_y^2 / 2 - E_x E_y \sin(\phi) ]$$

**Effet d'une lame trois quarts d'onde à retard  $\delta = -3\pi/2$**

$$I_2 = 1/2 [ E_x^2 / 2 + E_y^2 / 2 + E_x E_y \sin(\phi) ]$$

$I_1 + I_2 = E_x^2 / 2 + E_y^2 / 2$  fournit l'intensité de la lumière.

$I_1 - I_2 = - E_x E_y \sin(\phi)$  fournit une quantité qui caractérise la polarisation de la lumière incidente.

$I_1 - I_2$  est nul pour une polarisation linéaire ( $\phi = 0$ ). Si la lumière incidente est polarisée circulairement droite ou gauche avec  $E_x = E_y$  et  $\phi = \pm\pi/2$ , on a  $I_1 + I_2 = E_x^2$  et  $I_1 - I_2 = \pm E_x^2$ , et le rapport  $(I_1 - I_2) / (I_1 + I_2)$  ou taux de polarisation circulaire vaut -1 ou +1.

**Effet d'une lame zéro onde telle que  $\delta = 0$**

$$I_1 = 1/2 E_x^2$$

**Effet d'une lame demi onde telle que  $\delta = \pi$**

$$I_2 = 1/2 E_y^2$$

$I_1 + I_2 = E_x^2 / 2 + E_y^2 / 2$  fournit l'intensité de la lumière.

$I_1 - I_2 = E_x^2 / 2 - E_y^2 / 2$  fournit une quantité qui caractérise la polarisation de la lumière incidente.

$I_1 - I_2$  est nulle pour une polarisation circulaire ( $E_x = E_y$ ). Si la lumière incidente est polarisée linéairement ( $\phi = 0$ ) avec  $E_x = \cos(\beta) E_0$ ,  $E_y = \sin(\beta) E_0$ , on a  $I_1 + I_2 = E_0^2/2$  et  $I_1 - I_2 = E_0^2/2 \cos(2\beta)$ . On définit le taux de polarisation linéaire par le rapport  $(I_1 - I_2) / (I_1 + I_2) = \cos(2\beta)$  qui varie entre -1 et +1. Sa mesure donne  $\cos(2\beta)$  et permet donc de remonter à deux orientations possibles de la polarisation linéaire ( $2\beta$  ou  $-2\beta$  modulo  $2\pi$  car on ne connaît pas le sinus), chaque orientation étant donc définie à  $\pi$  près ( $\pm\beta$  modulo  $\pi$ ).

## b) Cas d'une lame à orientation $\alpha$ variable et retard $\delta$ fixe (lames de quartz rotatives)

Le polariseur laisse passer sur l'axe d'acceptance Ox:

$$E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \cos(\omega t - kz + \delta) \sin^2(\alpha)] + E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)] \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

Prenons  $\alpha = \pi/4$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$1/2 E_x [\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t - kz + \delta)] + 1/2 E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)]$$

$$\text{ou encore } E_x \cos(\omega t - kz + \delta/2) \cos(\delta/2) + E_y \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \sin(\delta/2)$$

Donc l'intensité sortante est  $I_1 = 1/2 [ E_x^2 \cos^2(\delta/2) + E_y^2 \sin^2(\delta/2) + E_x E_y \sin(\delta) \sin(\phi) ]$

Prenons  $\alpha = -\pi/4$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$1/2 E_x [\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t - kz + \delta)] - 1/2 E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)]$$

$$\text{ou encore } E_x \cos(\omega t - kz + \delta/2) \cos(\delta/2) - E_y \sin(\omega t - kz + \phi + \delta/2) \sin(\delta/2)$$

Donc l'intensité sortante est  $I_2 = 1/2 [ E_x^2 \cos^2(\delta/2) + E_y^2 \sin^2(\delta/2) - E_x E_y \sin(\delta) \sin(\phi) ]$

**Effet d'une lame quart d'onde à retard  $\delta = -\pi/2$  pour  $\alpha = \pm\pi/4$**

$I_1$  et  $I_2$  deviennent avec  $\delta = -\pi/2$ :

$$I_1 = \frac{1}{2} [ E_x^2/2 + E_y^2/2 - E_x E_y \sin(\phi) ]$$

$$I_2 = \frac{1}{2} [ E_x^2/2 + E_y^2/2 + E_x E_y \sin(\phi) ]$$

$I_1 + I_2 = E_x^2/2 + E_y^2/2$  fournit l'intensité de la lumière.

$I_1 - I_2 = -E_x E_y \sin(\phi)$  fournit une quantité qui caractérise la polarisation de la lumière incidente.

On retrouve les mêmes résultats que ci dessus pour lame à orientation fixe, retard variable.

**Effet d'une lame demi onde à retard  $\delta = -\pi$  pour  $\alpha = 0, \pi/4, \pi/8, 3\pi/8$**

Le polariseur laisse passer sur l'axe d'acceptance Ox:

$$E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \cos(\omega t - kz + \delta) \sin^2(\alpha)] + E_y [\cos(\omega t - kz + \phi) - \cos(\omega t - kz + \phi + \delta)] \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

On obtient avec  $\delta = -\pi$  :

$$E_x \cos(\omega t - kz) [\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)] + 2 E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

soit plus simplement:

$$\underline{E_x \cos(\omega t - kz) \cos(2\alpha) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi) \sin(2\alpha)}$$

Prenons  $\alpha = 0$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$E_x \cos(\omega t - kz)$$

Intensité sortante

$$I_1 = \frac{1}{2} E_x^2$$

Prenons  $\alpha = \pi/4$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$E_y \cos(\omega t - kz + \phi)$$

Intensité sortante

$$I_2 = \frac{1}{2} E_y^2$$

Prenons  $\alpha = \pi/8$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$(\sqrt{2}/2) [E_x \cos(\omega t - kz) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi)]$$

Intensité sortante

$$I_3 = \frac{1}{2} [E_x^2/2 + E_y^2/2 + E_x E_y \cos(\phi)]$$

Prenons  $\alpha = 3\pi/8$ , dans ce cas le polariseur laisse passer:

$$(\sqrt{2}/2) [-E_x \cos(\omega t - kz) + E_y \cos(\omega t - kz + \phi)]$$

Intensité sortante

$$I_4 = \frac{1}{2} [E_x^2/2 + E_y^2/2 - E_x E_y \cos(\phi)]$$

*Cas d'une polarisation circulaire:  $E_x = E_y$  et  $\phi = \pi/2$*

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$$

*Cas d'une polarisation linéaire:  $E_x = E_0 \cos(\beta)$ ,  $E_y = E_0 \sin(\beta)$  et  $\phi = 0$*

$$I_1 = \frac{1}{2} E_0^2 \cos^2(\beta)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} E_0^2 \sin^2(\beta)$$

$$\text{donne } \underline{(I_1 - I_2)/(I_1 + I_2) = \cos(2\beta)}$$

$$I_3 = \frac{1}{2} [E_0^2/2 + E_0^2 \cos(\beta) \sin(\beta)] = \frac{1}{2} E_0^2 [1 + \sin(2\beta)]$$

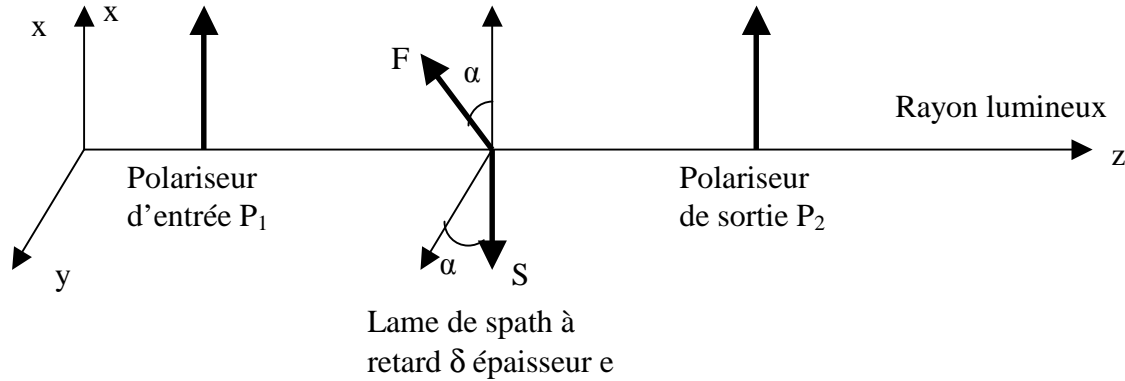
$$I_4 = \frac{1}{2} [E_0^2/2 - E_0^2 \cos(\beta) \sin(\beta)] = \frac{1}{2} E_0^2 [1 - \sin(2\beta)]$$

$$\text{donne } \underline{(I_3 - I_4)/(I_3 + I_4) = \sin(2\beta)}$$

Il est alors possible de déterminer la direction de la polarisation  $\beta$  à partir de  $\cos(2\beta)$  et de  $\sin(2\beta)$ , mais  $\beta$  sera déterminé modulo  $\pi$ .

## X - Spectre cannelé formé par une lame biréfringente d'épaisseur quelconque

Il s'agit du principe de base mis en oeuvre dans les filtres de LYOT. Un spectre cannelé peut être formé par une lame biréfringente entre deux polariseurs d'axes d'acceptance parallèles ou croisés entre eux. Les axes Fast (rapide) et Slow (lent) de la lame font un angle  $\alpha$  avec les axes Ox et Oy ci dessous. En général, on se place à  $\alpha = 45^\circ$  de l'axe d'acceptance des polariseurs.



On se place sous incidence normale. La lame de spath introduit un retard de phase entre la vibration sur l'axe "Fast" et sur l'axe "Slow" égal à  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$ , où  $\Delta n = n_o - n_e$  est la différence entre les indices ordinaire et extraordinaire (pour le spath,  $n_o = 1.658$  et  $n_e = 1.486$  soit  $\Delta n = 0.172$ ).

La lumière issue du premier polariseur  $P_1$  est de la forme  $\mathbf{E} (E_x \cos(\omega t - kz), 0, 0)$ .

Les projections sur les axes (Fast, Slow) de la lame donnent en entrée:

$$\mathbf{E} = (E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz) \sin(\alpha), 0)$$

En sortie, un déphasage  $\delta$  apparaît entre les deux composantes, de sorte que l'on obtient:

$$\mathbf{E} = (E_x \cos(\omega t - kz) \cos(\alpha), -E_x \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha), 0)$$

On projette sur le polariseur  $P_2$ , qui laisse passer sur Ox:

$$E_x [\cos(\omega t - kz) \cos^2(\alpha) + \cos(\omega t - kz + \delta) \sin^2(\alpha)] \text{ dont l'intensité lumineuse est:}$$

$$I = E_x^2 [\cos^4(\alpha) / 2 + \sin^4(\alpha) / 2 + 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \langle \cos(\omega t - kz) \cos(\omega t - kz + \delta) \rangle]$$

$$\text{Or } \langle \cos(\omega t - kz) \cos(\omega t - kz + \delta) \rangle = \frac{1}{2} \langle \cos(2\omega t - 2kz) + \cos(\delta) \rangle = \frac{1}{2} \cos(\delta)$$

$$\text{donc } I = \frac{1}{2} E_x^2 [\cos^4(\alpha) + \sin^4(\alpha) + 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \cos(\delta)]$$

Sachant que  $(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha))^2 = 1 = \cos^4(\alpha) + \sin^4(\alpha) + 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha)$ , on en déduit

$$I = \frac{1}{2} E_x^2 [1 - 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) + 2 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \cos(\delta)] = \frac{1}{2} E_x^2 [1 - 4 \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) \sin^2(\delta/2)],$$

$$I = \frac{1}{2} E_x^2 [1 - \sin^2(2\alpha) \sin^2(\delta/2)]$$

I varie entre  $\frac{1}{2} E_x^2$  (intensité maximale) et  $\frac{1}{2} E_x^2 \cos^2(\delta/2)$  lorsque l'on tourne la lame à retard  $\delta$ .

$$\text{Lorsque } \alpha = \pi/4, \text{ on obtient } I = \frac{1}{2} E_x^2 \cos^2(\delta/2)$$

Il s'agit d'un spectre cannelé, les cannelures (maxima) étant données par  $\delta/2 = k\pi = (\pi/\lambda) \Delta n e$ , d'où

$$\lambda = \Delta n e / k \quad \text{avec } k \text{ nombre entier positif}$$

Si le polariseur  $P_2$  est orienté selon l'axe  $Oy$ , on en sort la projection du champ sur  $Oy$ :  
 $E_x [\cos(\omega t - kz) \cos(\alpha) \sin(\alpha) - \cos(\omega t - kz + \delta) \sin(\alpha) \cos(\alpha)]$   
 soit  $E_x \sin(\alpha) \cos(\alpha) [\cos(\omega t - kz) - \cos(\omega t - kz + \delta)]$

L'intensité est  $I = E_x^2 \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) [\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 \langle \cos(\omega t - kz) \cos(\omega t - kz + \delta) \rangle]$

Or  $\langle \cos(\omega t - kz) \cos(\omega t - kz + \delta) \rangle = \frac{1}{2} \langle \cos(2\omega t - 2kz) + \cos(\delta) \rangle = \frac{1}{2} \cos(\delta)$

donc  $I = E_x^2 \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) [1 - \cos(\delta)] = 2 E_x^2 \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) \sin^2(\delta/2)$

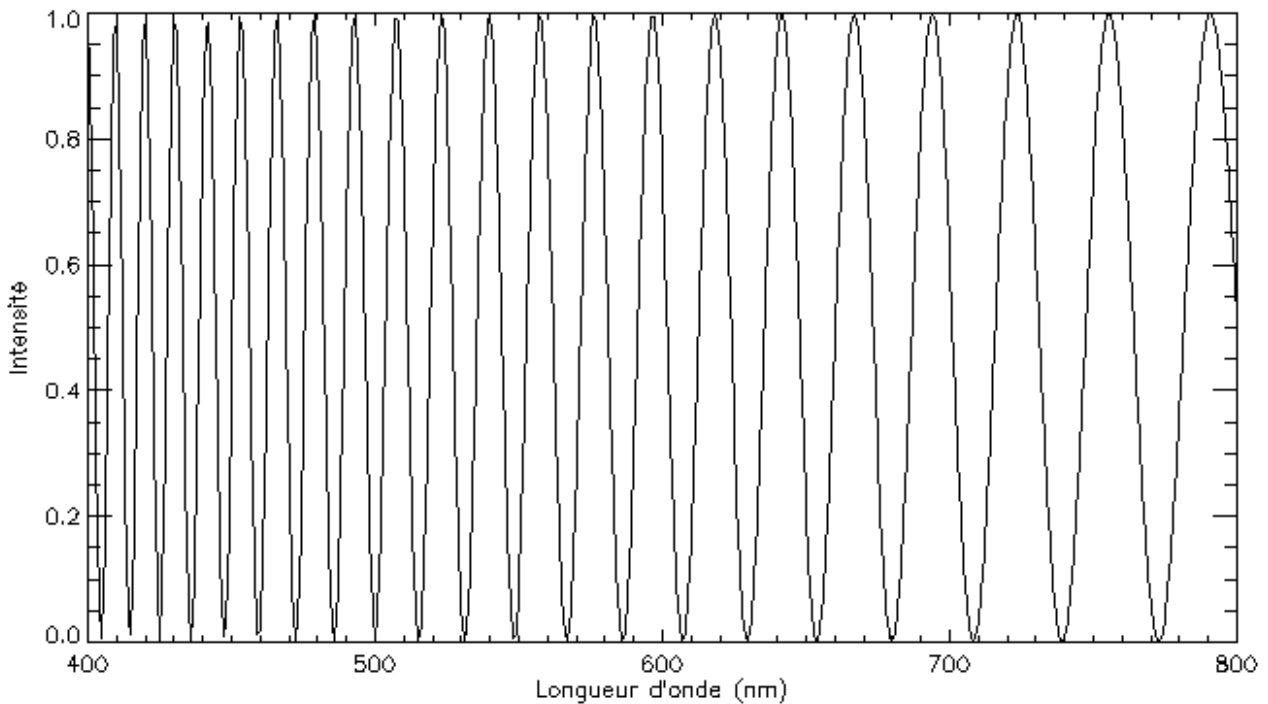
soit finalement  $I = \frac{1}{2} E_x^2 \sin^2(2\alpha) \sin^2(\delta/2)$

$I$  varie entre 0 (extinction) et  $\frac{1}{2} E_x^2 \sin^2(\delta/2)$  lorsque l'on tourne la lame à retard  $\delta$ .

Lorsque  $\alpha = \pi/4$ , on obtient  $I = \frac{1}{2} E_x^2 \sin^2(\delta/2)$

Il s'agit d'un spectre cannelé, les cannelures (maxima) étant données par  $\delta/2 = \pi/2 + k\pi$ , d'où

$$\lambda = \Delta n e / (k + \frac{1}{2})$$



Exemple de spectre cannelé (lame de spath de 0.1 mm d'épaisseur)

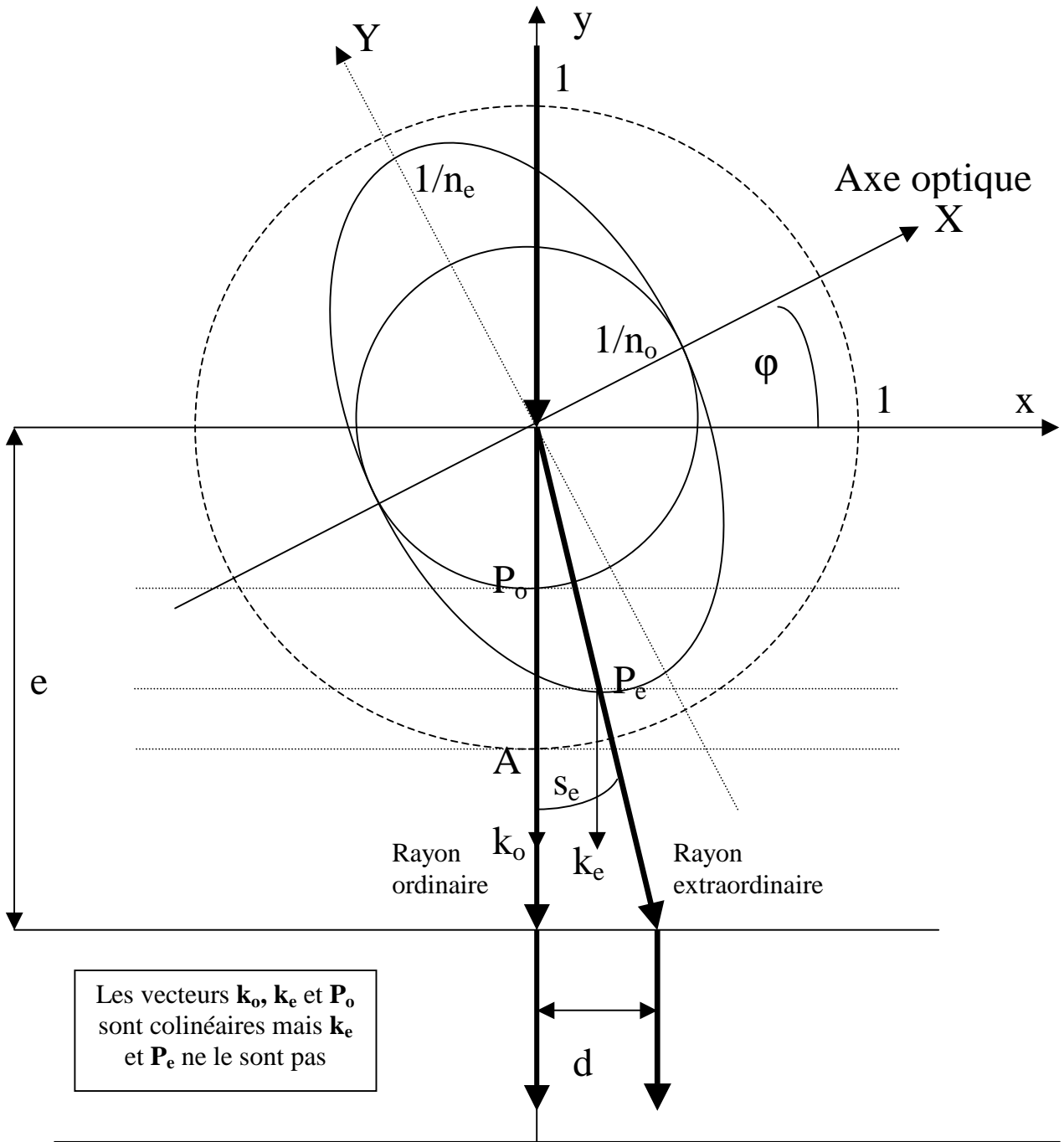
### XI - Le séparateur biréfringent en incidence normale

Un séparateur de faisceau est une lame à faces parallèles biréfringente dans laquelle les axes "Fast" et "Slow" ne sont pas orthogonaux à la direction de propagation  $Oz$ , donc ne sont pas contenus dans le plan  $xOy$ , ce qui était le cas des lames retardatrices vues plus haut.

Le séparateur délivre deux faisceaux parallèles linéairement polarisés et de polarisations orthogonales (il est en ce sens équivalent à un ensemble de deux polariseurs perpendiculaires). On

utilise la construction d'Huyghens (figure ci dessous) qui permet de construire les vecteurs de Poynting des rayons ordinaire  $\mathbf{P}_o$  et extraordinaire  $\mathbf{P}_e$ .

L'ellipse d'équation  $X^2 n_o^2 + Y^2 n_e^2 = 1$  dans le repère (XOY) des axes (Fast, Slow) va définir la position du rayon extraordinaire. Elle a pour équation dans le repère (xOy) :  
 $(x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi))^2 + (-x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi))^2 = 1$  car  $X = x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi)$  et  $Y = -x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi)$



Les vecteurs  $\mathbf{k}_o$ ,  $\mathbf{k}_e$  et  $\mathbf{P}_o$  sont colinéaires mais  $\mathbf{k}_e$  et  $\mathbf{P}_e$  ne le sont pas

**Séparateur biréfringent en spath – construction d'Huyghens**  
 $n_e=1.486$  ;  $n_o=1.654$   
 ellipse d'équation  $X^2 n_o^2 + Y^2 n_e^2 = 1$  pour le rayon extraordinaire, demi axes de longueur  $1/n_o$  et  $1/n_e$  dans le repère XOY (axes "Fast", "Slow")  
 cercle de rayon  $1/n_o$  pour le rayon ordinaire  
 cercle de rayon  $1/1$  pour le rayon incident dans l'air  
 axe optique dans le plan d'incidence, épaisseur du cristal e, séparation d



La position du point  $P_e$  de coordonnées  $(x,y)$  définit le rayon extraordinaire ( $\mathbf{OP}_e = \mathbf{P}_e$  vecteur de Poynting), à l'intersection de l'ellipse et du plan parallèle au front d'onde incident (représenté par les traits pointillés //  $Ox$ ). Cette position est telle que la dérivée de  $y$  par rapport à  $x$  est nulle. En dérivant par rapport à  $x$  l'équation de l'ellipse, on trouve:

$$dy/dx = [n_e^2 \sin(\varphi) (-x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi)) - n_o^2 \cos(\varphi) (x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi))] / [n_o^2 \sin(\varphi) (x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi)) + n_e^2 \cos(\varphi) (-x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi))]$$

et  $dy/dx = 0$  implique  $n_e^2 \sin(\varphi) (-x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi)) = n_o^2 \cos(\varphi) (x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi))$ ;  
on en déduit une relation entre  $x$  et  $y$ :  $y = x [n_e^2 \sin^2(\varphi) + n_o^2 \cos^2(\varphi)] / [(n_e^2 - n_o^2) \sin(\varphi) \cos(\varphi)]$

En reportant cette relation liant  $x$  et  $y$  dans l'équation de l'ellipse, on obtient les coordonnées de  $P_e$ :

$$\begin{cases} x_e = (n_o^2 - n_e^2) / [n_o n_e (n_e^2 / \cos^2 \varphi + n_o^2 / \sin^2 \varphi)^{1/2}] \\ \text{puis} \\ y_e = - (n_o^2 \cos^2 \varphi + n_e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} / n_o n_e \end{cases}$$

On en déduit que  $\tan(s_e) = -x_e/y_e = d / e = \sin(2\varphi) / (\cos(2\varphi) + (n_o^2 + n_e^2) / (n_o^2 - n_e^2))$

où  $s_e$  est l'angle qui définit la direction du vecteur de Poynting  $\mathbf{P}_e$ ,  $e$  est l'épaisseur du séparateur et  $d$  la séparation obtenue entre les deux faisceaux émergents polarisés orthogonalement.

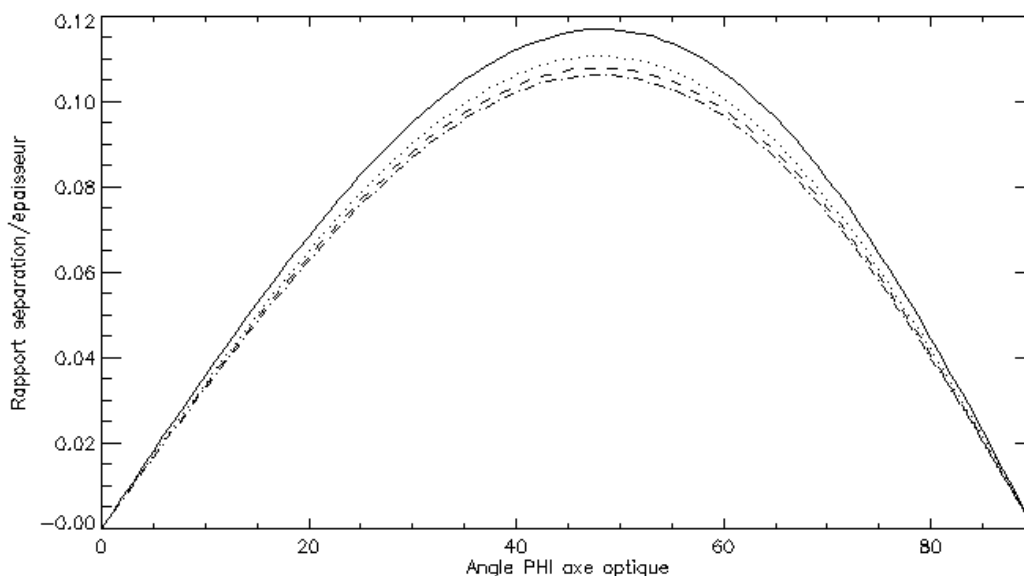
la séparation  $d$  est maximale, à  $e$  donné, lorsque la dérivée de  $\tan(s_e) = d / e$  par rapport à  $\varphi$  est nulle. On obtient un angle  $\varphi_m$  donné par la relation:

$$\cos(2\varphi_m) = (n_e^2 - n_o^2) / (n_e^2 + n_o^2) \quad (\cos(2\varphi_m) < 0 \text{ pour le spath})$$

Pour le spath,  $\varphi_m = 48^\circ$

Pour cette valeur de  $\varphi_m$ , on a alors  $\tan(s_m) = d_m / e = (n_o^2 - n_e^2) / (2n_e n_o)$

ce qui donne numériquement pour le spath  $d_m / e \approx 0.11$  et  $s_m \approx 6^\circ$



Séparation  $d / e = \sin(2\varphi) / (\cos(2\varphi) + (n_o^2 + n_e^2) / (n_o^2 - n_e^2))$  en fonction de la position de l'axe optique  $\varphi$  pour le spath à 400 nm (trait continu), 550 nm (pointillés), 700 nm (tirets), 850 nm (points et tirets)

## XII - Paramètres de Stokes

Pour une vibration  $\mathbf{E} = (E_x \cos(\omega t - kz), E_y \cos(\omega t - kz + \phi), 0) = (E_1, E_2, 0)$ , on peut utiliser la notation complexe des OPPH :

$$\mathbf{E} = (E_x e^{i(\omega t - kz)}, E_y e^{i\phi} e^{i(\omega t - kz)}, 0) = (E_1, E_2, 0)$$

On définit 4 paramètres de Stokes (\* désigne la quantité conjuguée) par les quantités quadratiques:

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{2} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) = \frac{1}{2} (E_x^2 + E_y^2) \text{ ou intensité lumineuse} \\ Q = \frac{1}{2} (E_1 E_1^* - E_2 E_2^*) = \frac{1}{2} (E_x^2 - E_y^2) \\ U = \frac{1}{2} (E_1 E_2^* + E_2 E_1^*) = E_x E_y \cos(\phi) \\ V = \frac{1}{2} i (E_2 E_1^* - E_1 E_2^*) = -E_x E_y \sin(\phi) \end{array} \right.$$

Q, U et V caractérisent l'état de polarisation de la lumière

*Polarisation linéaire:*  $\phi = 0$  implique  $V = 0$  et  $I^2 = Q^2 + U^2$

*Polarisation circulaire:*  $E_x = E_y$  et  $\phi = \pm\pi/2$  implique  $Q = U = 0$  et  $V = \pm I$

Dans les autres cas, la polarisation est elliptique et  $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$

**Un polarimètre délivre une combinaison des paramètres de Stokes I, Q, U et V, quantités quadratiques mesurables permettant de remonter à la nature de la polarisation de la lumière.**

**Exemple 1:** polarisation linéaire  $\phi = 0$  avec  $E_x = E_0 \cos(\beta)$  et  $E_y = E_0 \sin(\beta)$

$$I = \frac{1}{2} E_0^2$$

$$Q = \frac{1}{2} E_0^2 \cos(2\beta)$$

$$U = \frac{1}{2} E_0^2 \sin(2\beta)$$

$$V = 0$$

**Exemple 2:** mesure des paramètres I et V avec un polarimètre composé d'un polariseur et d'une lame à retard variable  $\delta$  orientée à  $45^\circ$ .

On a vu que le signal mesuré est  $S = \frac{1}{2} [ E_x^2 \cos^2(\delta/2) + E_y^2 \sin^2(\delta/2) + E_x E_y \sin(\delta) \sin(\phi) ]$

Or  $I = \frac{1}{2} (E_x^2 + E_y^2)$  et  $Q = \frac{1}{2} (E_x^2 - E_y^2)$  impliquent les relations de réciprocity suivantes:

$$E_x^2 = I + Q \text{ et } E_y^2 = I - Q$$

On a vu aussi que  $V = -E_x E_y \sin(\phi)$ , d'où

$$S = \frac{1}{2} [ \cos^2(\delta/2) (I + Q) + \sin^2(\delta/2) (I - Q) - \sin(\delta) V ]$$

$$S = \frac{1}{2} [ I + \cos(\delta) Q - \sin(\delta) V ]$$

Et l'on peut utiliser les combinaisons suivantes donnant accès à I, Q et V:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = 0, S_1 = \frac{1}{2} [ I + Q ] \\ \delta = -\pi, S_2 = \frac{1}{2} [ I - Q ] \\ \delta = -\pi/2, S_3 = \frac{1}{2} [ I + V ] \\ \delta = -3\pi/2, S_4 = \frac{1}{2} [ I - V ] \end{array} \right.$$

A partir des mesures des signaux  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , on obtient par somme et différence I et Q de  $S_1$  et  $S_2$ , puis I et V de  $S_3$  et  $S_4$ .

**Exemple 3:** mesure des paramètres I et V avec un polarimètre composé d'un polariseur et d'une lame à retard quart d'onde ( $\delta = -\pi/2$ ) rotative orientée à  $\pm 45^\circ$ .

On a vu que l'on obtient les deux signaux suivants pour les orientations successives de  $45^\circ$  et  $-45^\circ$ :

$$S_1 = \frac{1}{2} [ E_x^2/2 + E_y^2/2 - E_x E_y \sin(\phi) ]$$

$$S_2 = \frac{1}{2} [ E_x^2/2 + E_y^2/2 + E_x E_y \sin(\phi) ]$$

Or  $I = \frac{1}{2} (E_x^2 + E_y^2)$  et  $Q = \frac{1}{2} (E_x^2 - E_y^2)$  impliquent les relations de réciprocity suivantes:  
 $E_x^2 = I + Q$  et  $E_y^2 = I - Q$

On a vu aussi que  $V = -E_x E_y \sin(\phi)$ , d'où

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} [ (I + Q) / 2 + (I - Q) / 2 + V ] = \frac{1}{2} [ I + V ] \\ S_2 = \frac{1}{2} [ (I + Q) / 2 + (I - Q) / 2 - V ] = \frac{1}{2} [ I - V ] \end{cases}$$

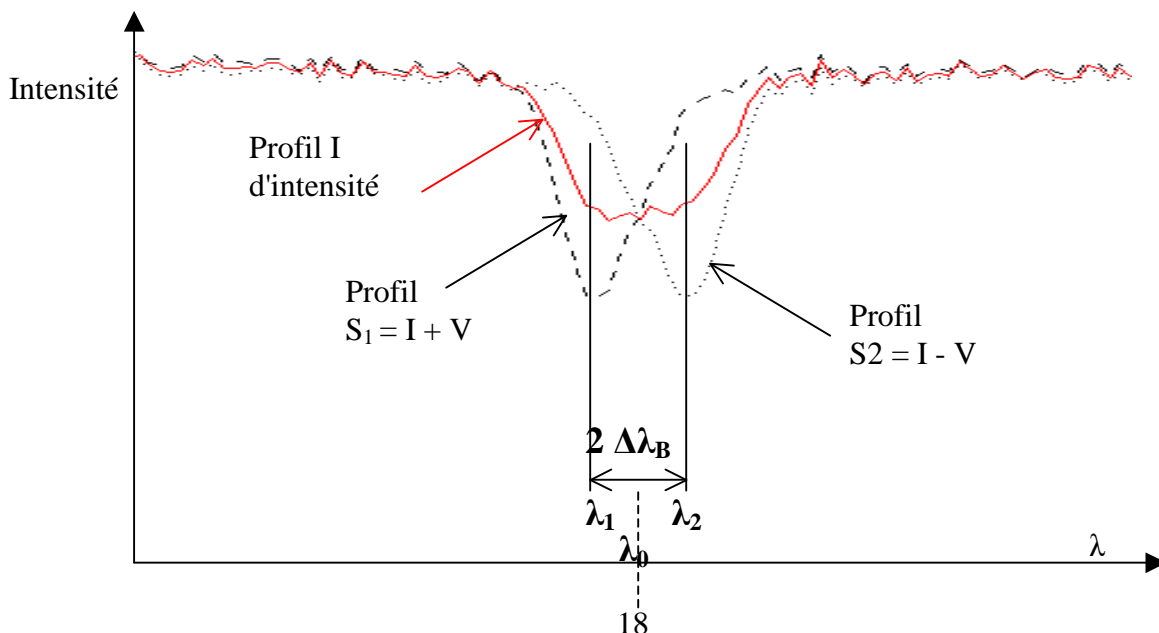
A partir des mesures des signaux  $S_1, S_2$  on obtient par somme et différence I et V.

### XIII - Mesure à distance par effet Zeeman du champ magnétique longitudinal $B_{//}$ par la mesure des déplacements en longueur d'onde des composantes Zeeman des raies spectrales

La méthode consiste à repérer l'écartement en longueur d'onde  $2 \Delta\lambda_B = \lambda_1 - \lambda_2$  entre les deux signaux  $S_1 = I + V$  et  $S_2 = I - V$  obtenus par un polarimètre (méthode décrite ci dessus) et injectés dans un spectrographe (pour les décomposer en longueur d'onde). Dans l'effet Zeeman, les raies spectrales sont dédoublées sous forme de deux composantes  $S_1$  et  $S_2$  de polarisation circulaire droite et gauche et décalées en longueur d'onde de la valeur  $\pm\Delta\lambda_B$ . Chaque composante se repère en longueur d'onde par la position de la dépression centrale du profil correspondant ( $\lambda_1, \lambda_2$ ).

La théorie de l'effet Zeeman nous donne  $\Delta\lambda_B = (\lambda_2 - \lambda_1)/2 = 4.67 \cdot 10^{-13} B_{//} g^* \lambda_0^2$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du centre de la raie et  $g^*$  son facteur de Landé équivalent.  
 On en déduit  $B_{//}$  (attention :  $B_{//}$  est en Gauss et  $\lambda_0$  est en Å dans cette formule).



#### XIV - Mesure à distance par effet Zeeman du champ magnétique longitudinal $B_{//}$ par la mesure du taux de polarisation circulaire des raies spectrales

La méthode consiste à déduire par combinaison linéaire des deux signaux  $S_1 = I + V$  et  $S_2 = I - V$  obtenus par un polarimètre (méthode décrite ci dessus) et injectés dans un spectrographe les profils de Stokes I et V (en fonction de la longueur d'onde). En faisant un développement limité des signaux  $S_1$  et  $S_2$  (décalés respectivement de  $+\Delta\lambda_B$  et de  $-\Delta\lambda_B$ ) en fonction de  $\Delta\lambda_B$ , on obtient:

$$S_1(\lambda) = I_0(\lambda + \Delta\lambda_B) = I_0(\lambda) + \Delta\lambda_B \frac{dI_0}{d\lambda} = I_0(\lambda) + V(\lambda)$$

$$S_2(\lambda) = I_0(\lambda - \Delta\lambda_B) = I_0(\lambda) - \Delta\lambda_B \frac{dI_0}{d\lambda} = I_0(\lambda) - V(\lambda)$$

où  $I_0(\lambda)$  désigne le profil non perturbé par le champ magnétique et  $V(\lambda) = \Delta\lambda_B \frac{dI_0}{d\lambda}$

On en déduit que  $I_0(\lambda) = \frac{1}{2} (S_1(\lambda) + S_2(\lambda))$   
et que  $V(\lambda) = \frac{1}{2} (S_1(\lambda) - S_2(\lambda))$

donc finalement  $V(\lambda)/I_0(\lambda) = (S_1(\lambda) - S_2(\lambda)) / (S_1(\lambda) + S_2(\lambda)) = \Delta\lambda_B (dI_0/d\lambda) / I_0(\lambda)$   
et numériquement, ce taux de polarisation circulaire devient:

$$\boxed{V/I_0(\lambda) = 4.67 \cdot 10^{-13} B_{//} g^* \lambda_0^2 (1/I_0) (dI_0/d\lambda)}$$

formule dans laquelle  $B_{//}$  est en Gauss ( $10^{-4}$  T) et la longueur d'onde en Å.  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du centre de la raie et  $g^*$  son facteur de Landé équivalent, ce sont des valeurs caractéristiques de la raie (données ci dessous).

A partir des signaux  $S_1(\lambda)$  et  $S_2(\lambda)$ , on déduit  $I_0(\lambda)$  et  $V(\lambda)$ ; par division on obtient  $V(\lambda)/I_0(\lambda)$ . Pour estimer aisément  $(1/I_0) (dI_0/d\lambda)$ , nous supposons que le profil non perturbé par le champ magnétique  $I_0(\lambda)$  peut se mettre sous la forme d'une gaussienne, ce qui est une *hypothèse très simplificatrice*:

$$\boxed{I_0(\lambda) = I_c (1 - r e^{-1/2 ((\lambda-\lambda_0)/\Delta\lambda)^2})}$$

Avec  $r$  dépression centrale de la raie (nombre compris entre 0 et 1),  $I_c$  intensité du continu loin du centre de la raie,  $\lambda_0$  longueur d'onde centrale de la raie, et  $2 \Delta\lambda$  **largeur de la raie aux points d'inflexion du profil**. La dérivée de  $I_0(\lambda)$  est maximale (ou minimale) aux points d'inflexion. En ces points particuliers où  $\lambda = \lambda_0 \pm \Delta\lambda$ , on obtient :

$$\frac{dI_0}{d\lambda} (\lambda_0 \pm \Delta\lambda) = \pm (I_c r / \Delta\lambda) e^{-1/2} \quad \text{et} \quad I_0(\lambda_0 \pm \Delta\lambda) = I_c (1 - r e^{-1/2})$$

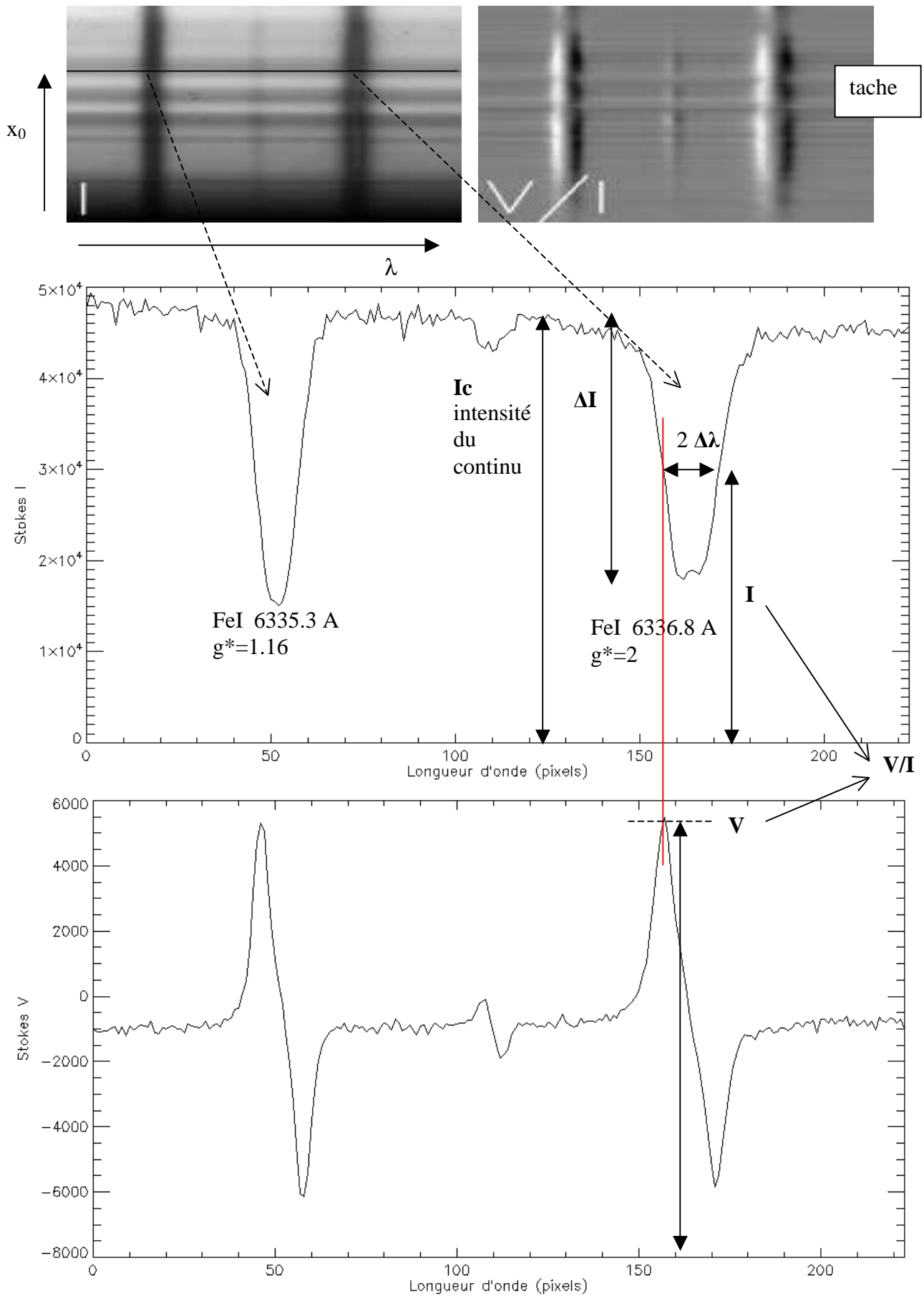
d'où  $(1/I_0) \frac{dI_0}{d\lambda} (\lambda_0 \pm \Delta\lambda) = \pm r e^{-1/2} / ((1 - r e^{-1/2}) \Delta\lambda)$ , et l'on en déduit

$$\boxed{V/I(\lambda_0 \pm \Delta\lambda) = \pm 4.67 \cdot 10^{-13} B_{//} g^* \lambda_0^2 [ r e^{-1/2} / ((1 - r e^{-1/2}) \Delta\lambda) ]}$$

En mesurant la dépression centrale  $r = \Delta I / I_c$  et  $\Delta\lambda$  (demi largeur aux points d'inflexion) sur les profils en intensité  $I_0(\lambda)$  ainsi que le rapport  $V/I$  au **voisinage d'un des points d'inflexion**, c'est à dire soit  $V/I(\lambda_0 + \Delta\lambda)$ , soit  $V/I(\lambda_0 - \Delta\lambda)$ , on peut en déduire une estimation du champ longitudinal  $B_{//}$ , valeur qui peut être positive ou négative selon que la polarité est Nord ou Sud, c'est à dire sortante du soleil ou entrante.

*Des facteurs de Landé  $g^*$  pour les raies intéressantes:*

FeI	$\lambda = 6301.5 \text{ \AA}$	$g^* = 1.67$	FeI	$\lambda = 6302.5 \text{ \AA}$	$g^* = 2.50$
FeI	$\lambda = 5247.1 \text{ \AA}$	$g^* = 2.00$	FeI	$\lambda = 5247.6 \text{ \AA}$	$g^* = 2.50$
FeI	$\lambda = 5250.2 \text{ \AA}$	$g^* = 3.00$	FeI	$\lambda = 6173.3 \text{ \AA}$	$g^* = 2.50$



Profils  $I_0(\lambda)$  en haut et  $V(\lambda)$  en bas au point d'abscisse solaire  $x_0$  pour deux raies du Fer observées. On étudie la raie de droite. On mesure  $\Delta\lambda$ ,  $I_c$ ,  $\Delta I$ ,  $V(\lambda_0 - \Delta\lambda)$  et  $I(\lambda_0 - \Delta\lambda)$ .

## XV - Chromatisme des lames à retard statiques et lames dites "achromatiques"

Les lames retardatrices présentent en général du chromatisme, parce que les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire ne sont pas constants mais dépendent de la longueur d'onde. Par exemple, on donne en fonction de la longueur d'onde exprimée en Å :

pour le quartz  $\text{SiO}_2$  ( $n_e > n_o$ ):

$$n_o = 1.526 + 77.324 / (\lambda - 1521.0)$$

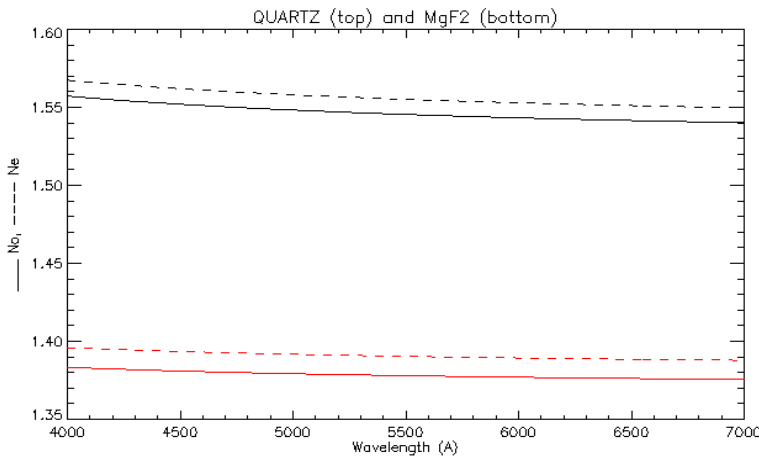
$$n_e = 1.535 + 80.288 / (\lambda - 1514.1)$$

pour  $\text{MgF}_2$  ( $n_e > n_o$ ):

$$n_o' = 1.369 + 35.821 / (\lambda - 1492.5)$$

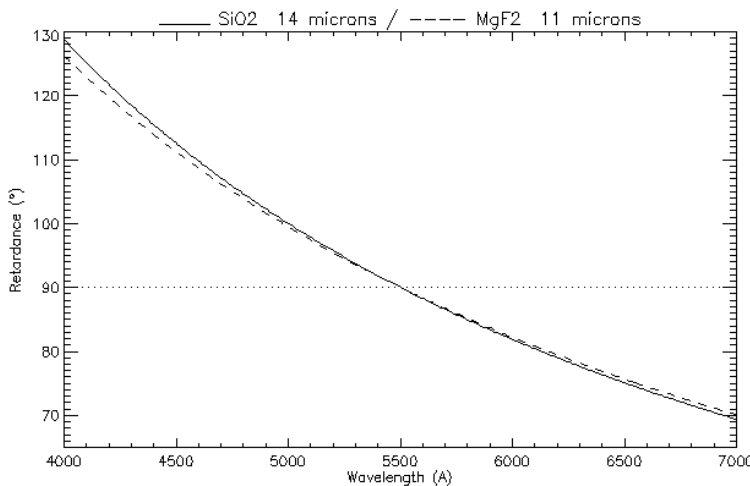
$$n_e' = 1.381 + 37.415 / (\lambda - 1494.7)$$

le retard  $\delta = (2 \pi / \lambda) (n_e - n_o) e$  diminue en fonction de la longueur d'onde comme le montrent les figures suivantes pour des lames "quart d'onde" (l'épaisseur  $e$  a été calculée pour un retard quart d'onde de  $\delta = \pi/2$  à  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ).



Indices de réfraction ordinaire — et extraordinaire ----- pour le quartz (en haut) et pour le fluorure de magnésium (en bas) en fonction de la longueur d'onde en Å.

Les indices décroissent lorsque la longueur d'onde augmente, et il en est de même de leur différence  $n_e - n_o$



Retard  $\delta = (2 \pi / \lambda) (n_e - n_o) e$  pour une lame de quartz d'épaisseur  $e = 14 \mu$  — et pour une lame de  $\text{MgF}_2$  d'épaisseur  $e = 11 \mu$  ---- en fonction de la longueur d'onde. L'épaisseur  $e$  a été calculée pour que  $\delta = \pi/2 = 90^\circ$  à  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ . On remarque que le retard varie considérablement de  $130^\circ$  à  $70^\circ$  entre 4000 et 7000 Å. La lame présente donc un fort chromatisme.

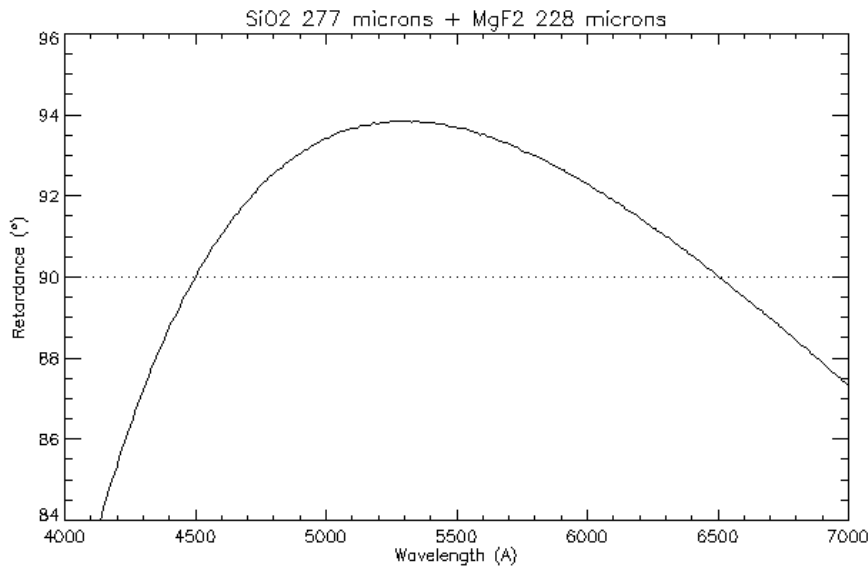
L'inconvénient des lames précédentes consiste donc en un fort chromatisme : dès que l'on s'écarte de  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ , le retard s'écarte très rapidement de  $\pi/2$  et la lame n'est plus quart d'onde. Pour atténuer cet effet, on place en série une lame de quartz  $\text{SiO}_2$  d'épaisseur  $e$  et une lame de fluorure de magnésium  $\text{MgF}_2$  d'épaisseur  $e'$  orientées telles que l'axe Fast de la première lame est orthogonal à l'axe Fast de la seconde (lames dites croisées). Le retard global introduit par les deux lames est :

$$\delta = (2 \pi / \lambda) (\Delta n_e - \Delta n'_e) \quad \text{avec } \Delta n = n_e - n_o \text{ pour le quartz et } \Delta n' = n_e' - n_o' \text{ pour MgF}_2$$

Il est possible de calculer les épaisseurs  $e$  et  $e'$  pour que l'on ait une lame quart d'onde  $\delta = \pi/2$  pour deux longueurs d'onde différentes, par exemple  $\lambda_1 = 4500 \text{ \AA}$  et  $\lambda_2 = 6500 \text{ \AA}$ . On doit résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues  $e$  et  $e'$ , épaisseurs de la lame de quartz et de la lame  $\text{MgF}_2$ :

$$\begin{cases} \Delta n(\lambda_1) e - \Delta n'(\lambda_1) e' = \lambda_1 / 4 \\ \Delta n(\lambda_2) e - \Delta n'(\lambda_2) e' = \lambda_2 / 4 \end{cases}$$

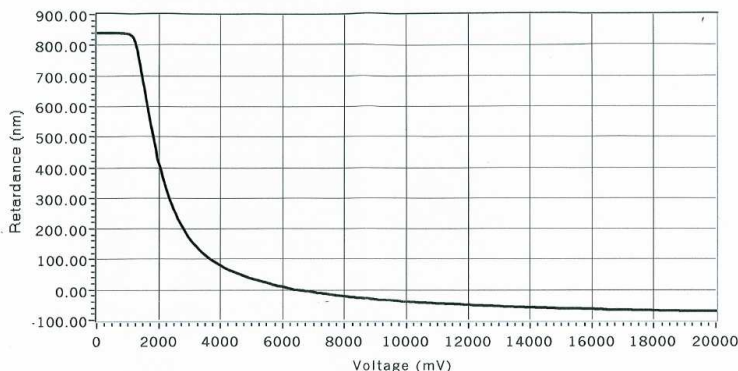
Après avoir calculé  $\Delta n(\lambda_1)$ ,  $\Delta n(\lambda_2)$ ,  $\Delta n'(\lambda_1)$ ,  $\Delta n'(\lambda_2)$ , on tire  $e$  et  $e'$  (ici  $e = 277 \mu$  et  $e' = 228 \mu$ ), ce qui permet ensuite de représenter le retard global  $\delta = (2 \pi / \lambda) (\Delta n e - \Delta n' e')$  en fonction de la longueur d'onde (figure ci dessous).



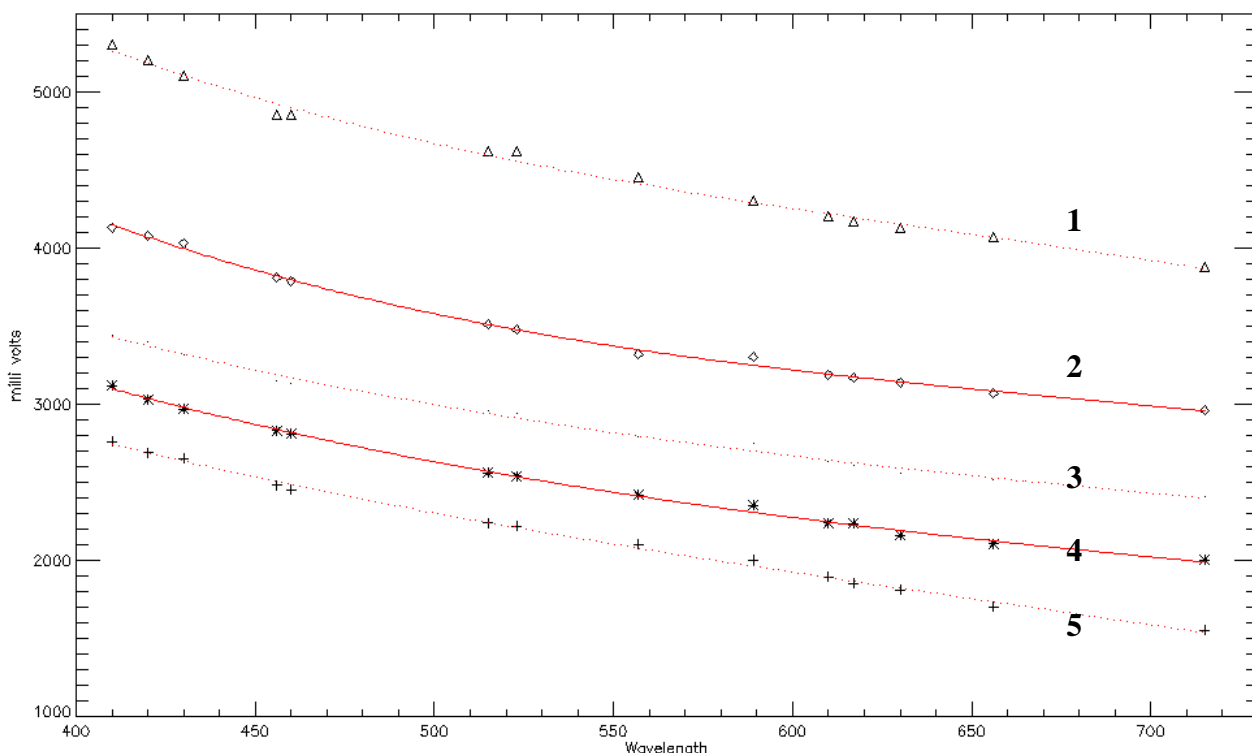
La combinaison en série de 2 lames croisées à différence de retard  $\delta - \delta'$  en quartz ( $\delta$ ) et en  $\text{MgF}_2$  ( $\delta'$ ) permet de réduire considérablement le chromatisme de l'ensemble. Cette fois ci, le retard résultant  $\delta - \delta'$  ne varie plus qu'entre  $84^\circ$  et  $94^\circ$  entre 4000 et 7000  $\text{Å}$ . On a réalisé une lame dite achromatique, mais qui n'est pas encore parfaite.

## XVI - Lames à retard $\delta$ variable à cristaux liquides

Ces lames retardatrices sont constituées d'un cristal liquide placé en sandwich entre deux électrodes transparentes auxquelles on applique une tension (condensateur plan transparent dont le diélectrique, constitué de cristaux liquides, manifeste une biréfringence fonction de la tension appliquée). Un exemple de retard entre les axes "Fast" et "Slow" en fonction de la tension est représenté sur la figure ci dessous. Sous tension nulle, la biréfringence est maximale. Ces lames sont chromatiques. Si l'on prend une longueur d'onde de 400 nm, la figure montre qu'on a une lame quart d'onde pour 3500 mV et demi onde pour 2750 mV. Pour une longueur d'onde de 800 nm, on constate qu'on a une lame quart d'onde pour 2750 mV et demi onde pour 2000 mV. La lame se comporte comme une lame à faces parallèles (retard nul) pour 6750 mV. Pour un retard donné (par exemple quart d'onde), la tension à appliquer dépend de la longueur d'onde de la lumière.



Courbe de retard en nm en fonction de la tension en mV appliquée aux électrodes



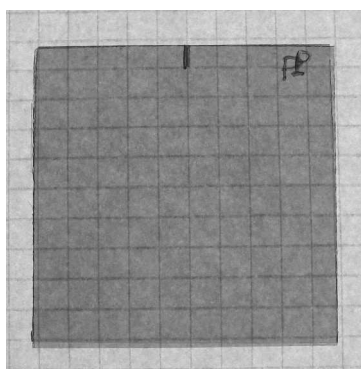
Exemple de tension à appliquer pour un retard  $\delta = \pi/2$  (quart d'onde, 1),  $\pi$  (demi onde, 2),  $3\pi/2$  (trois quarts d'onde, 3),  $2\pi$  (onde, 4) et  $5\pi/2$  (cinq quarts d'onde, 5), mettant en évidence le chromatisme des cristaux liquides en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

\*\*\*\*\*

## Travaux pratiques sur banc optique et sur le ciel

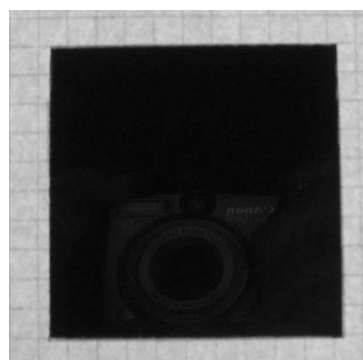
### A - Polariseurs

Prendre deux polariseurs linéaires; les superposer en les faisant pivoter l'un par rapport à l'autre autour de l'axe optique orthogonal à leur plan. Exprimer l'intensité émergente en fonction de l'angle  $\alpha$  entre les axes d'acceptance. Retrouver expérimentalement et expliquer la figure ci dessous.



Polariseurs axes parallèles ( $\alpha = 0$ )

Deux  
polariseurs  
superposés

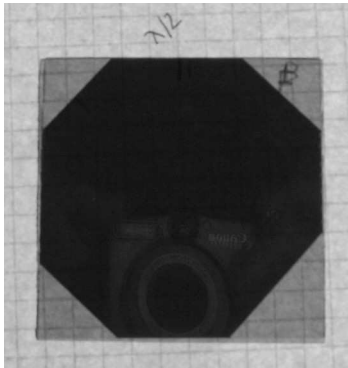


Polariseurs axes orthogonaux ( $\alpha = \pi/2$ )



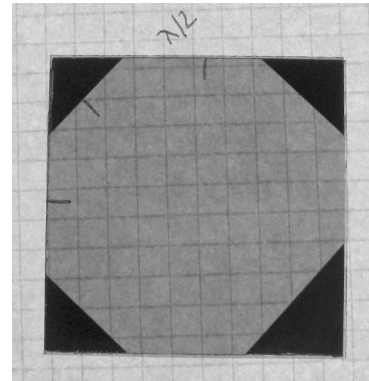
### B - lame demi onde entre deux polariseurs

Prendre deux polariseurs linéaires dont les axes d'acceptance sont parallèles; insérer entre les deux une lame demi onde. Exprimer l'intensité émergente en fonction de l'angle  $\alpha$  entre l'axe "Fast" de la lame demi onde et les axes confondus des polariseurs. Reprendre l'exercice avec deux polariseurs croisés (axes d'acceptance orthogonaux). Retrouver expérimentalement et expliquer la figure ci dessous dans le cas où  $\alpha = \pi/4$ .



*Polariseurs axes parallèles et  $\alpha = \pi/4$*

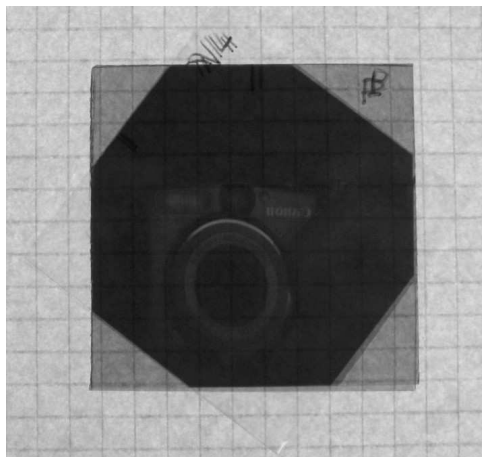
*Deux polariseurs superposés et lame demi onde intercalée entre les polariseurs*



*Polariseurs axes orthogonaux et  $\alpha = \pi/4$*

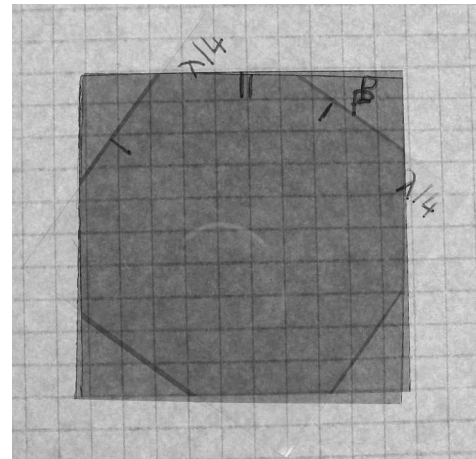
### C - Assemblage de deux lames quart d'onde entre deux polariseurs

Prendre deux polariseurs linéaires dont les axes d'acceptance sont parallèles; prendre également deux lames quart d'onde et les superposer. Lorsque les axes (Fast, Slow) des deux lames sont confondus ou orthogonaux (croisés), donner respectivement le retard équivalent à l'ensemble des deux quart d'onde. Les insérer entre les deux polariseurs avec un angle de  $45^\circ$ . Retrouver expérimentalement et expliquer la figure ci dessous.



*Axes (Fast, Slow) des quart onde confondus*

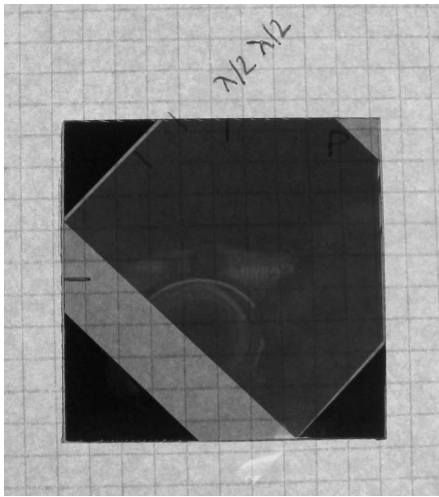
*Deux polariseurs axes parallèles superposés et deux lames quart onde intercalées entre les polariseurs*



*Axes (Fast, Slow) des quart onde orthogonaux*

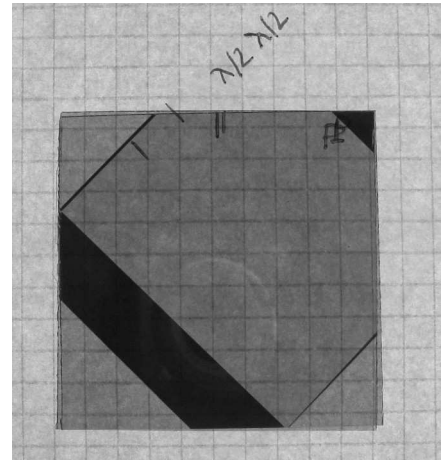
### D - Assemblage de deux lames demi onde entre deux polariseurs

Prendre deux polariseurs linéaires ainsi que deux lames demi onde. et les superposer. Lorsque les axes (Fast, Slow) des demi onde sont confondus ou orthogonaux (croisés), donner respectivement le retard équivalent à l'ensemble des deux demi onde. Les insérer entre les deux polariseurs avec un angle de  $45^\circ$ , dans deux configurations: axes d'acceptance soit parallèles, soit orthogonaux. Retrouver expérimentalement et expliquer la figure ci dessous.

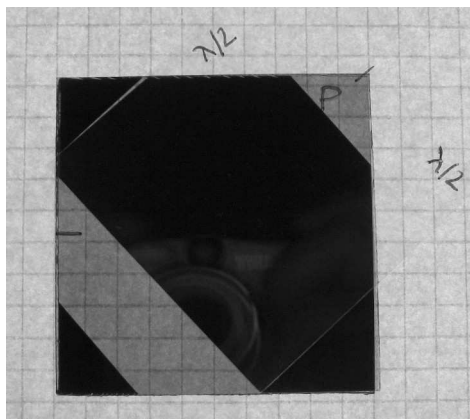


*Polariseurs axes orthogonaux*

Entre deux polariseurs, deux lames demi onde (axes Fast et Slow confondus), intercalées à 45° (et légèrement décalées l'une par rapport à l'autre)

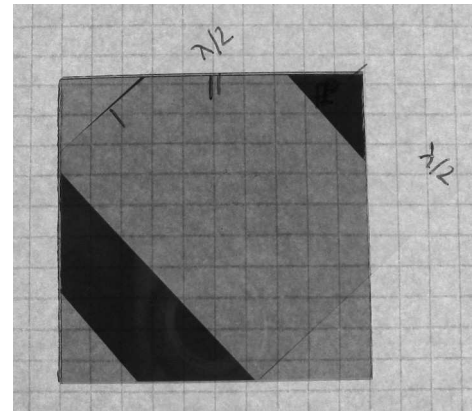


*Polariseurs axes parallèles*



*Polariseurs axes orthogonaux*

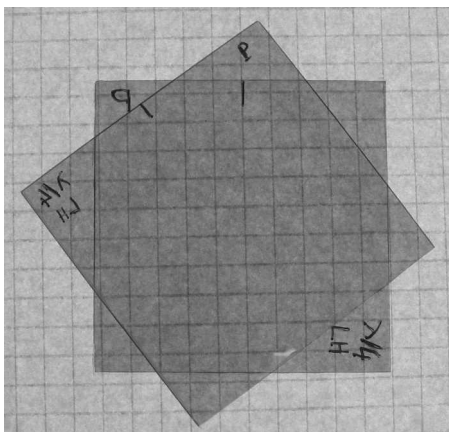
Entre deux polariseurs, deux lames demi onde (axes Fast et Slow orthogonaux), intercalées à 45° (et légèrement décalées l'une par rapport à l'autre)



*Polariseurs axes parallèles*

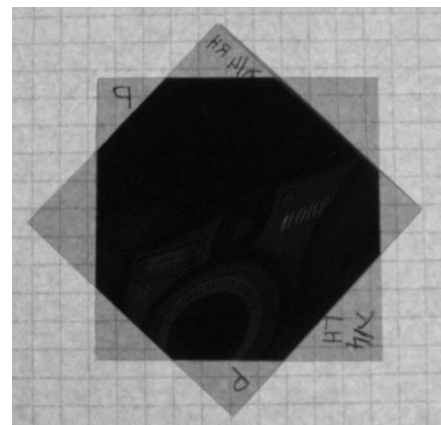
### E - Assemblage de deux polariseurs circulaires

Prendre deux polariseurs circulaires gauche (LH) et les superposer (attention ! un polariseur circulaire est constitué d'un polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde accolée à 45°; bien mettre en regard les côtés quart d'onde des deux polariseurs circulaires). Les faire tourner l'un par rapport à l'autre. Que constate t'on ? Y a t-il une variation angulaire ? Refaire la même expérience en superposant cette fois ci un polariseur circulaire droit (RH) et un polariseur circulaire gauche (LH). Expliquer les résultats d'un point de vue théorique ainsi que la figure ci dessous.



*2 polariseurs circulaires gauche*

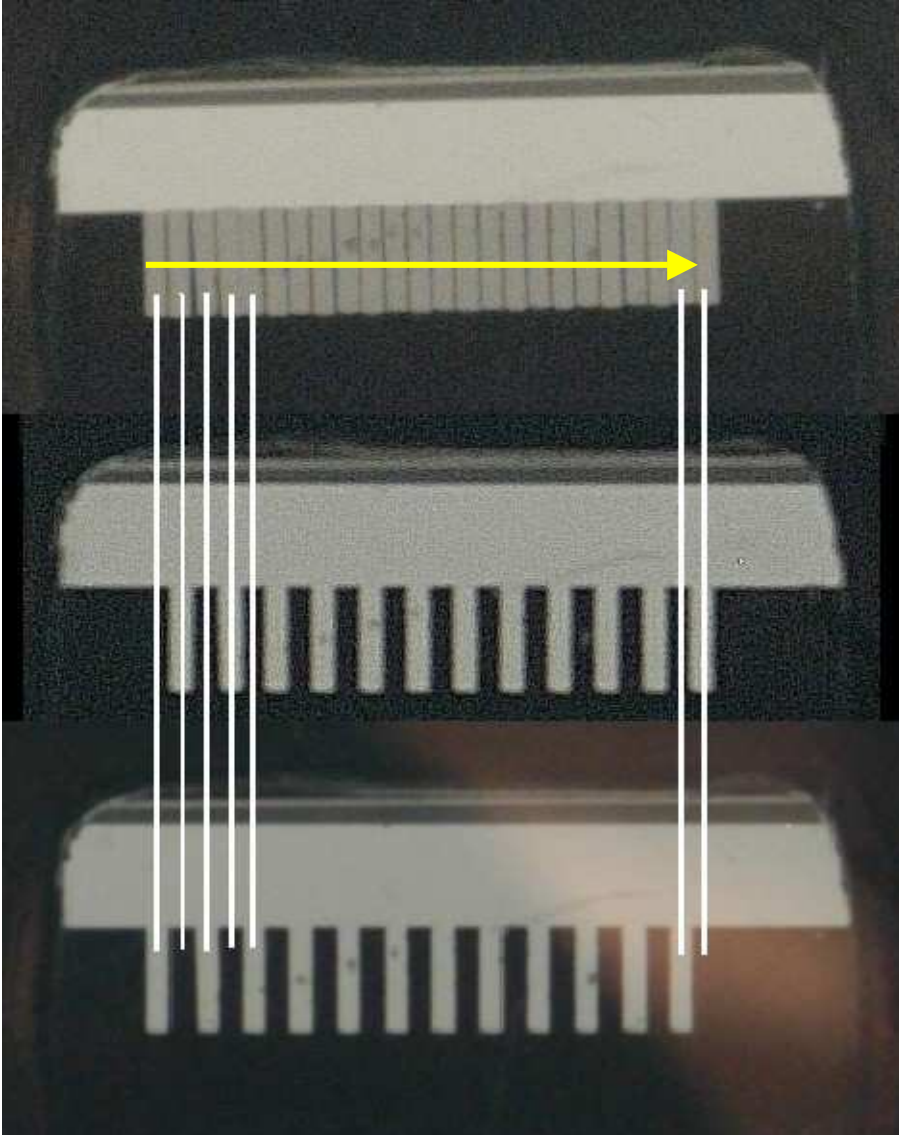
Les côtés quart d'onde des polariseurs circulaires sont en regard



*Polariseurs circulaires droit et gauche*

## F - Séparateur biréfringent en spath sous incidence normale

On place entre la source de lumière et le séparateur une grille métallique dont la distance entre barreaux est égale à la translation du faisceau extraordinaire par biréfringence. Expliquer pourquoi les barreaux "semblent disparaître". On examine ensuite le dispositif au travers d'un polariseur linéaire, que l'on fait tourner, et les barreaux apparaissent de nouveau. Expliquer pourquoi.



Séparateur biréfringent en spath sous incidence normale ( $i = 0$ ).  
Direction de séparation dans le sens (Ox) de la flèche jaune.

Haut: vision directe

Milieu: vision au travers d'un polariseur d'axe Ox

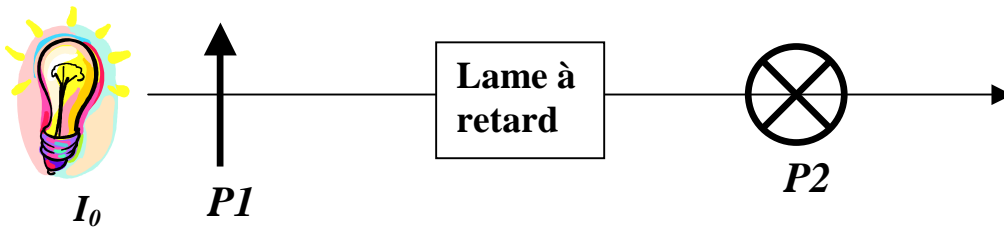
Bas: vision au travers d'un polariseur d'axe Oy

## G - Détermination des axes d'une lame à retard

La méthode consiste à placer la lame à retard entre deux polariseurs croisés (axes d'acceptance orthogonaux)  $P_1$  et  $P_2$ : montrer que l'intensité lumineuse émergente suit la loi:

$$I = I_0 \sin^2(2\alpha) \sin^2(\delta/2)$$

où  $\alpha$  est l'angle entre les axes "Fast" et "Slow" de la lame retardatrice et l'axe d'acceptance du polariseur  $P_1$ , et  $\delta$  le retard entre les axes "Fast" et "Slow". On remarque qu'il y a extinction totale lorsque le cristal biréfringent possède ses axes "Fast" et "Slow" parallèles aux axes d'acceptance croisés des deux polariseurs, c'est à dire lorsque  $\alpha = 0$  (figure ci dessous), quelque soit le retard  $\delta$ . La position d'extinction totale délivre donc les axes de la lame à retard.



## H - Calibration quart et trois quarts d'onde d'une lame à retard à cristal liquide

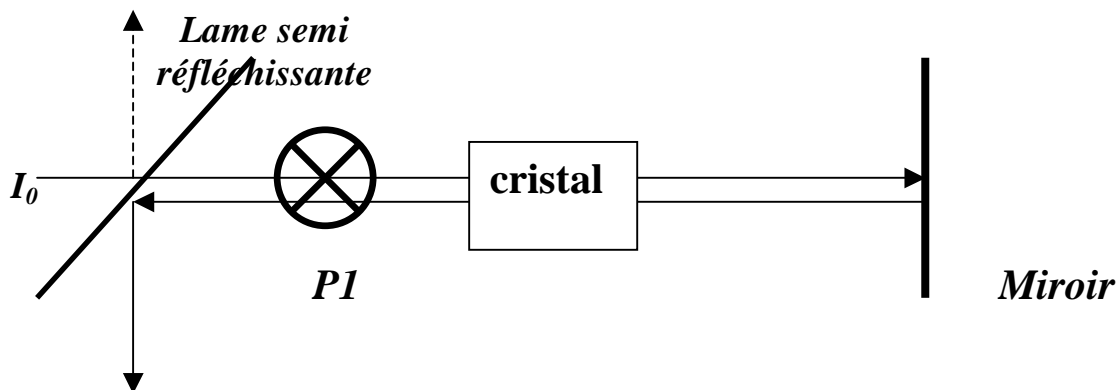
Un cristal liquide est un milieu biréfringent pris en sandwich entre deux électrodes transparentes. Le retard entre les axes "Fast "et "Slow" est variable en fonction des tensions appliquées. On désire trouver les tensions à appliquer pour un retard quart d'onde et trois quarts d'onde à la longueur d'onde de 630 nm.

1) Expliquer le montage proposé ci dessous.  $P_1$  est un polariseur linéaire.

2) Montrer que l'intensité lumineuse émergente suit la loi:  $I = I_0 ( 1 - \sin^2(2\alpha) \sin^2(\delta) )$

où  $\alpha$  est l'angle entre les axes "Fast "et "Slow" et l'axe d'acceptance du polariseur et  $\delta$  le retard entre les axes "Fast "et "Slow" du cristal liquide.

Si l'on choisit  $\alpha = \pi/4$ , cette loi devient plus simplement  $I = I_0 \cos^2(\delta)$  et présente l'avantage d'une extinction totale lorsque  $\delta = \pi/2$  ou  $\delta = 3\pi/2$ .



3) Après avoir déterminé la position des axes du cristal liquide par la méthode du TP 7, réaliser le montage (placer le cristal tel que  $\alpha = \pi/4$ ).

4) Trouver les tensions à appliquer pour un retard quart d'onde et trois quarts d'onde à la longueur d'onde de 630 nm.

## I - TP d'observation: mesure des champs magnétiques des taches par effet Zeeman

On étudie au spectrographe une raie en polarisation circulaire (raie du Fer par exemple) au dessus d'une tache solaire où le champ magnétique est assez intense (de l'ordre de 0.1 T). Obtenir sur la tache (ombre ou pénombre), deux ensembles d'images spectrales  $I+V(\lambda, x)$  et  $I-V(\lambda, x)$  en utilisant un polarimètre constitué:

- soit d'une lame quart d'onde rotative positionnable à  $45^\circ$  ou  $-45^\circ$  de l'axe d'acceptance d'un polariseur
- soit d'un cristal liquide fixe à retard variable ( $-\pi/2$  ou  $-3\pi/2$ ) orienté à  $45^\circ$  de l'axe d'acceptance d'un polariseur

Les deux méthodes pourront être utilisées successivement.

Les observations n'étant pas étalonnées en longueur d'onde, on déterminera la valeur du pixel spectral par comparaison avec un atlas du spectre solaire en ligne (site <http://solaire.obspm.fr>).

a) *méthode 1: mesure de l'écartement des profils I+V(λ) et I-V(λ)*

On a vu que les profils I+V(λ) et I-V(λ) en un point donné du soleil sont décalés en longueur d'onde de la valeur ±Δλ<sub>B</sub>. Chaque profil se repère en longueur d'onde par la position de sa dépression centrale (λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub>).

La théorie de l'effet Zeeman nous donne  $\Delta\lambda_B = (\lambda_2 - \lambda_1)/2 = 4.67 \cdot 10^{-13} B_{//} g^* \lambda_0^2$

où λ<sub>0</sub> est la longueur d'onde du centre de la raie et g\* son facteur de Landé équivalent. Déduire B<sub>//</sub> de la mesure de Δλ<sub>B</sub> (attention : B<sub>//</sub> est en Gauss et λ<sub>0</sub> est en Å dans cette formule).

b) *méthode 2: mesure du taux de polarisation circulaire V/I aux points d'inflexion*

Le signal de sortie des deux polarimètres est donné dans le cours. Commencer par sommer les images I+V et I-V entre elles. Puis par somme et différence, en déduire I(λ,x) et V(λ,x).

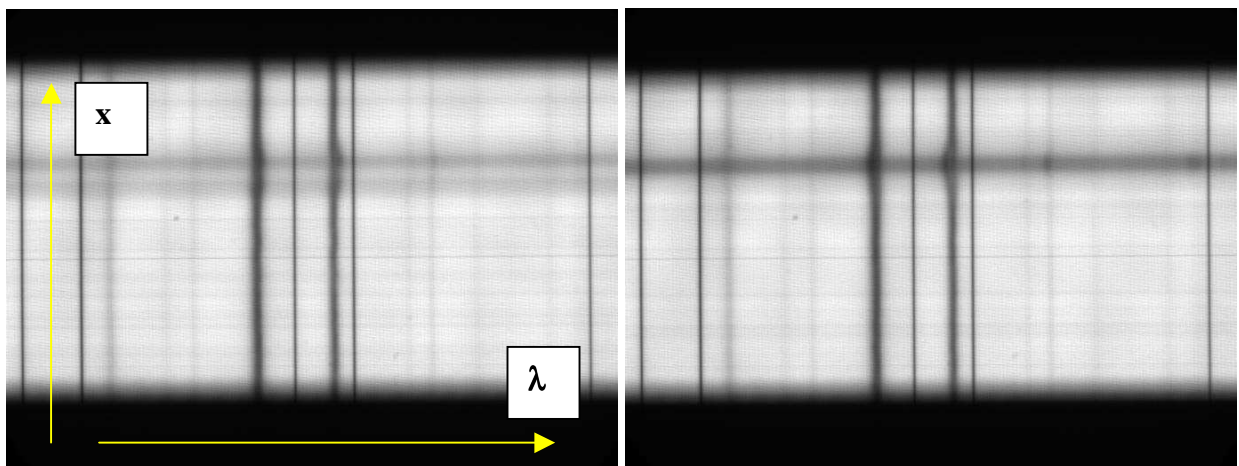
Choisir **une position particulière x<sub>0</sub> sur la tache**. On obtient alors deux profils spectraux I(λ,x<sub>0</sub>) et V(λ,x<sub>0</sub>) ne dépendant que de la longueur d'onde. Tracer V/I(λ,x<sub>0</sub>) en fonction de la longueur d'onde. En déduire le taux de polarisation circulaire V/I aux points d'inflexion du profil, puis de ce taux, la valeur du champ magnétique B<sub>//</sub> de la tache en utilisant la relation (qui suppose que la raie est gaussienne, voir cours):

$$V/I = 4.67 \cdot 10^{-13} B_{//} g^* \lambda_0^2 [r e^{-1/2} / ((1 - r e^{-1/2}) \Delta\lambda)]$$

où Δλ est la demi largeur (en Å) de la raie aux points d'inflexion du profil et r = ΔI/I<sub>c</sub> la dépression centrale (nombre compris entre 0 et 1) de la raie, que l'on mesurera. λ<sub>0</sub> est la longueur d'onde centrale de la raie (en Å). g\* est le facteur de Landé équivalent de la raie. Le résultat est exprimé en Gauss (1 Gauss = 10<sup>-4</sup> T).

*Des facteurs de Landé g\* pour des raies intéressantes:*

FeI	λ = 6301.5 Å	g* = 1.67	FeI	λ = 6302.5 Å	g* = 2.50
FeI	λ = 5247.1 Å	g* = 2.00	FeI	λ = 5247.6 Å	g* = 2.50
FeI	λ = 5250.2 Å	g* = 3.00	FeI	λ = 6336.8 Å	g* = 2.00
FeI	λ = 6173.3 Å	g* = 2.50	CaI	λ = 6103.0 Å	g* = 2.00
NaI	λ = 5896.0 Å	g* = 1.33	MgI	λ = 5173.0 Å	g* = 1.75



Images spectrales I+V(λ,x) et I-V(λ,x), raies solaires FeI 6301 Å et 6302 Å mélangées avec des raies formées dans l'atmosphère terrestre