

# Principes théoriques du filtre monochromatique de LYOT

Jean-Marie Malherbe

► **To cite this version:**

Jean-Marie Malherbe. Principes théoriques du filtre monochromatique de LYOT. Master. 2007, pp.13.  
cel-00781469

**HAL Id: cel-00781469**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00781469>**

Submitted on 27 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Principes théoriques du filtre monochromatique de LYOT

Jean-Marie Malherbe, Août 2007

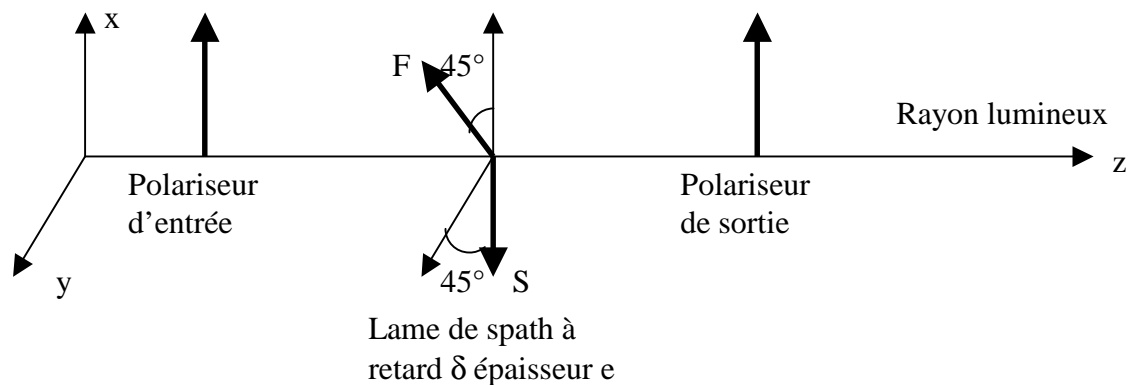
## I - Généralités

Le filtre de LYOT est un filtre monochromatique polarisant dont la bande passante peut descendre à 0.5 Å, voire 0.25 Å. son principe est basé sur l'interférence de l'onde ordinaire et de l'onde extraordinaire à la sortie d'un cristal biréfringent uniaxe, le spath (ou calcite  $\text{CaCO}_3$ ). Un filtre de LYOT est constitué de plusieurs étages, comportant chacun un cristal de spath entre deux polariseurs linéaires, cristal dont les axes (rapide F et lent S) sont à 45° de l'axe des polariseurs. Chaque étage fournit un spectre cannelé. L'épaisseur de chaque étage est double du précédent de telle sorte qu'une cannelure sur deux s'éteint. La cannelure utile est ensuite isolée par un filtre interférentiel étroit de l'ordre de 5 Å de bande passante.

Un filtre de LYOT est thermostaté au dixième de degré, généralement autour de 45°C, pour que les propriétés optiques du matériau biréfringent (indices de réfraction) restent stables. Le chauffage actif de faible puissance est pulsé et assuré par un bobinage autour du filtre avec isolation thermique (liège ou similaire). Le refroidissement est passif. Une sonde de température LM35 est au contact des enroulements, et une autre mesure la température ambiante. La résistance équivalente est voisine de 40Ω sous 12V.

Certains filtres ont une bande passante accordable, c'est à dire qu'il est possible de déplacer la bande passante de quelques Å vers l'aile bleue ou l'aile rouge d'une raie spectrale avec une grande précision (pas de 0.1 Å). Dans ce cas, chaque bloc biréfringent de spath est précédé d'une lame quart d'onde, dont les axes sont à 45°, comme on le verra plus loin. On fait varier la bande passante en introduisant un décalage angulaire entre chaque étage (rotation), proportionnel à son épaisseur. Ce dispositif implique une mécanique complexe et l'immersion des étages dans un bain d'huile transparent (fluide caloporteur).

## II - Un étage de LYOT de base



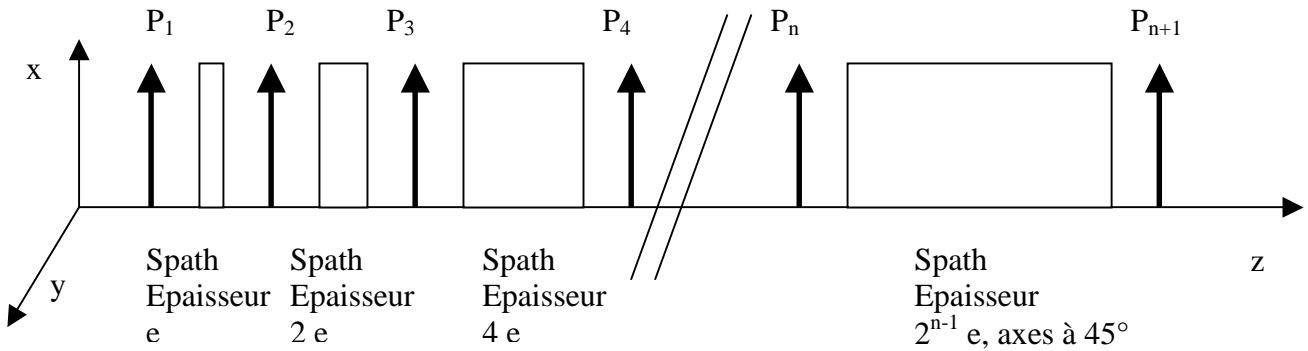
On se place en optique paraxiale sous incidence normale. La lame de spath introduit un retard de phase entre la vibration sur l'axe F (rapide) et sur l'axe S (lent) égal à  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$ , où  $\Delta n = n_o - n_e$  est la différence entre les indices ordinaire et extraordinaire (pour le spath,  $n_o = 1.658$  et  $n_e = 1.486$  soit une différence de 0.172).

On montre aisément que l'intensité émergente I est reliée à l'intensité incidente  $I_0$  par la relation :

$$I = I_0 \cos^2(\delta / 2) \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$$

On obtient un spectre cannelé.

### III - Un filtre de LYOT de base

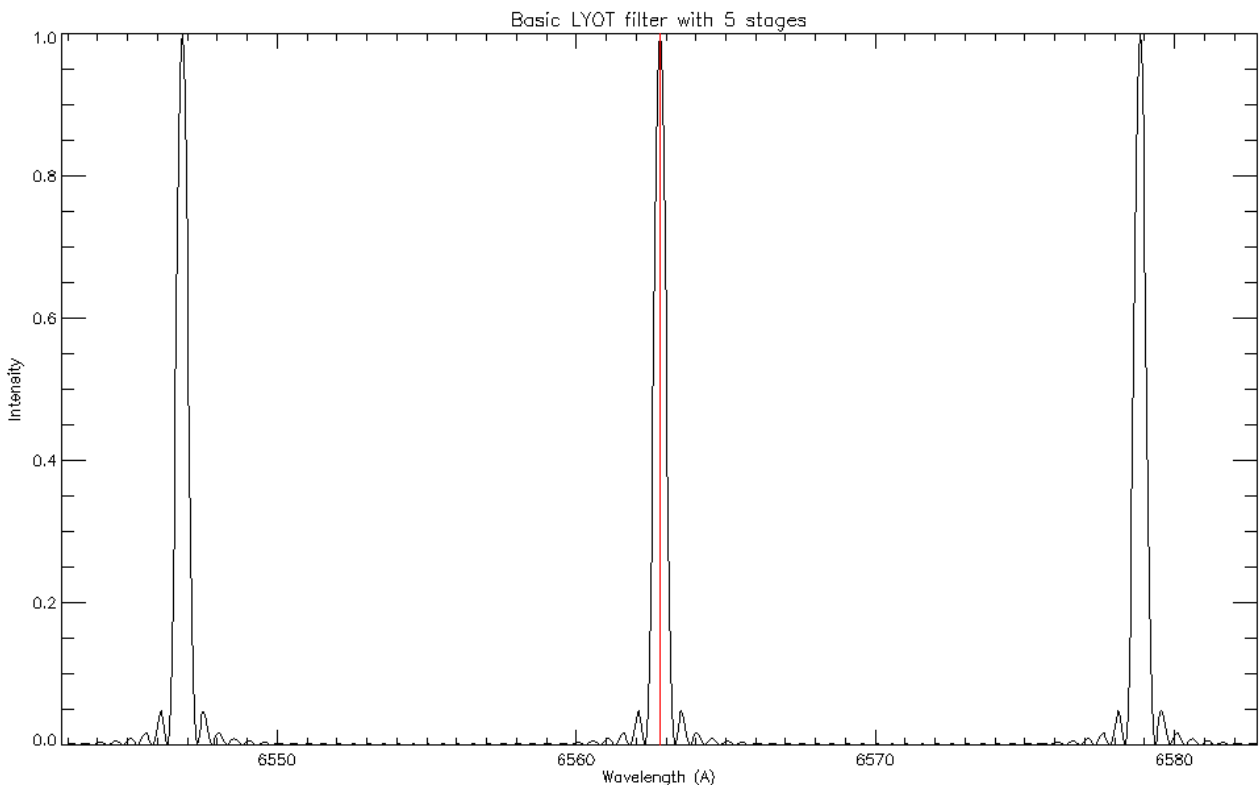


Considérons un filtre à  $n$  étages comme ci dessus. Il y a donc  $n+1$  polariseurs d'axe //  $Ox$  dénommés  $P_i$ , et  $n$  blocs de spath dont les axes rapide  $F$  et lent  $S$  sont à  $45^\circ$  des polariseurs d'axe  $Ox$  (comme sur la figure de l'étage élémentaire). L'épaisseur des blocs de spath varie en puissance de 2, de telle sorte que les épaisseurs successives sont  $e, 2e, 4e, 8e, 16e, \dots$  et  $2^{n-1}e$ .

On montre aisément que l'intensité émergente  $I$  est reliée à l'intensité incidente  $I_0$  par la relation :  $I = I_0 \cos^2(\delta/2) \cos^2(2(\delta/2)) \cos^2(4(\delta/2)) \dots \cos^2(2^{n-1}(\delta/2))$  où  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$

Un peu de trigonométrie permet de simplifier cette relation et on aboutit à :

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(2^n(\delta/2))}{2^n \sin(\delta/2)} \right]^2 \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$$



*Spectre cannelé d'un filtre de LYOT de base à  $n=5$  étages,  $e=1.5 \text{ mm}$ ,  $0.5\text{Å}$  de bande passante*

Dans cet exemple, la distance intercannelure vaut  $16 \text{ Å}$ . On isolera la cannelure centrale par un filtre interférentiel. Ordre d'interférence  $k = 410$ .

Position des maxima principaux (cannelures) :

$\sin(\delta/2) = 0$  soit  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e = 2 k \pi$  avec  $k$  entier, appelé ordre d'interférence, d'où l'on tire  
 $\lambda_m = \Delta n e / k$  (1)

La distance  $D\lambda$  entre 2 cannelures successives est donc égale à:

$$D\lambda = \Delta n e / k^2 = \lambda_m^2 / \Delta n e \quad (2)$$

Position des minima (zéros) :

$\sin(2^n (\delta/2)) = 0$  soit  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e = 2 p \pi / 2^n$  avec  $p$  entier,  $\lambda = 2^n \Delta n e / p$

Largeur  $\Delta\lambda$  à mi hauteur des cannelures:

Elle est approximativement égale à la distance entre deux zéros consécutifs donnée par  $|\Delta\delta| = 2 \pi / 2^n = \Delta\lambda (2\pi/\lambda_m^2) \Delta n e$ , d'où l'on tire :

$$\Delta\lambda = \lambda_m^2 / (2^n \Delta n e) \quad (3)$$

Finesse du filtre ; elle est d'autant meilleure que  $n$  est grand :

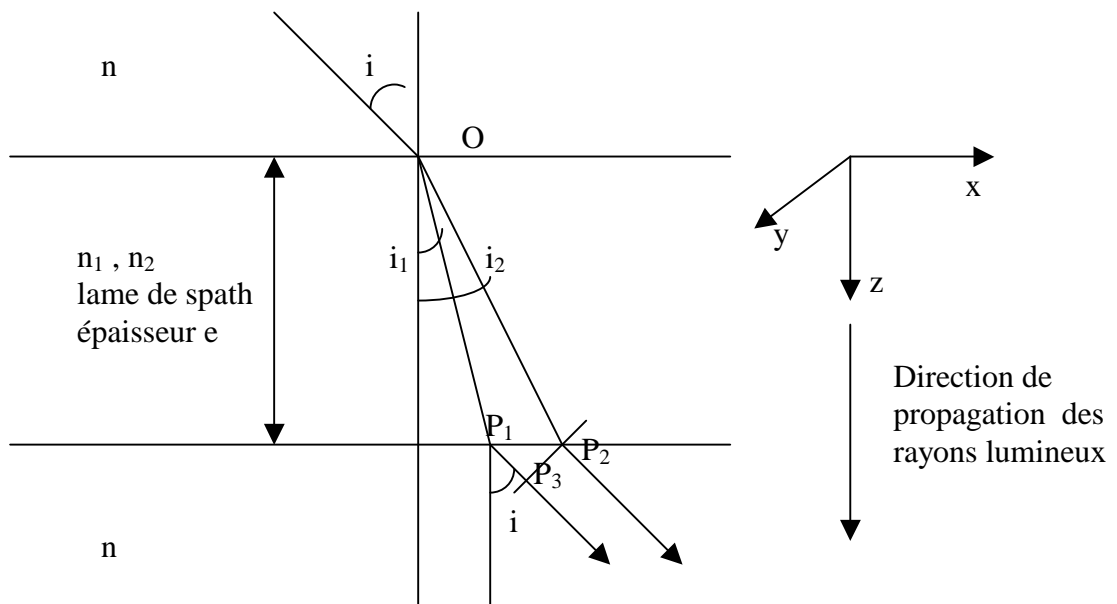
$$\text{La finesse vaut par définition } D\lambda / \Delta\lambda = 2^n \quad (4)$$

En pratique, on se fixe  $\lambda_m$  (longueur d'onde centrale du filtre), la bande passante  $\Delta\lambda$  du filtre et le nombre d'étages  $n$ . L'épaisseur  $e$  est tirée de la relation 3 et l'ordre d'interférence  $k$  de la relation 1. La relation 2 fournit la distance  $D\lambda$  entre cannelures.

Application :  $n = 5$ ,  $\lambda_m = 6563 \text{ \AA}$  et  $\Delta\lambda = 0.5 \text{ \AA}$ . On obtient  $e = 1.5 \text{ mm}$  et  $D\lambda = 16 \text{ \AA}$  (finesse de 32). Les 5 étages ont pour épaisseur 1.5, 3, 6, 12 et 24 mm.

#### IV - Dépendance angulaire de l'étage de LYOT

Cette question est absolument **cruciale**, car on souhaite observer un champ de 32' sans dérive de la bande passante entre le centre du champ et les bords. Il nous faut donc étudier la variation angulaire centre bord de la bande passante.



Hors incidence normale, pour une incidence  $i$ , le déphasage entre les deux rayons lumineux issus de la lame de spath biréfringente est égal à :

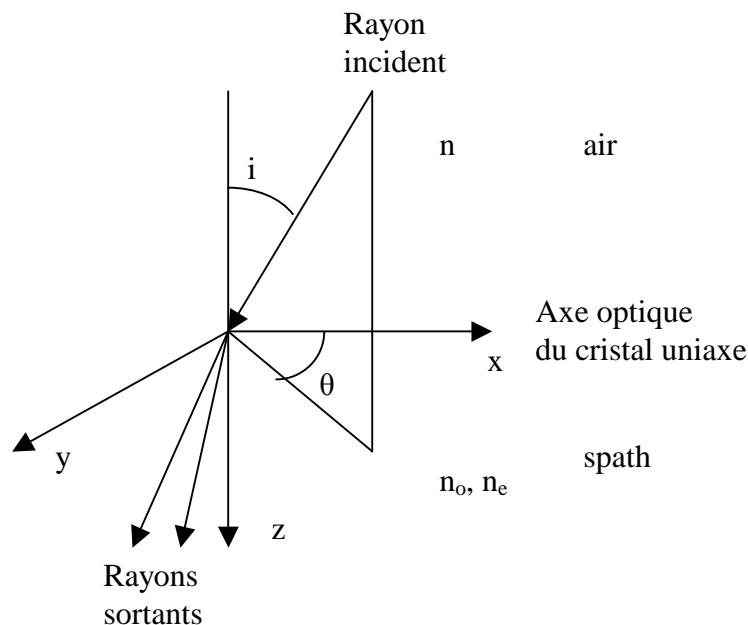
$$\delta = (2\pi/\lambda) (n_1 OP_1 + n P_1P_3 - n_2 OP_2)$$

La direction des normales aux surfaces d'onde (vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$ ) est donnée par les lois de Descartes pour les deux rayons ordinaire et extraordinaire ( $n \sin i = n_1 \sin i_1$  et  $n \sin i = n_2 \sin i_2$ ), ce qui permet de calculer les longueurs  $OP_1$ ,  $OP_2$  et  $P_1P_2$  :

$$\delta = (2\pi e/\lambda) ( (n_1^2 - n^2 \sin^2 i)^{1/2} - (n_2^2 - n^2 \sin^2 i)^{1/2} )$$

Dans notre cas, on peut poser  $n=1$  (air),  $n_1 = n_o$  (rayon ordinaire) et  $n_2 = n^*$ , indice de réfraction du rayon extraordinaire (qui vaut bien sûr  $n_e$  en incidence normale). Le problème consiste maintenant à calculer l'indice  $n^*$ , **qui dépend non seulement de l'angle d'incidence  $i$ , mais également de l'azimuth  $\theta$**  sur la face d'entrée du cristal uniaxe, le milieu étant anisotrope.

Considérons donc un rayon lumineux qui tombe sur la face du cristal sous un angle d'incidence  $i$  avec un azimuth  $\theta$ , l'axe optique du cristal uniaxe étant l'axe  $Ox$  :



On utilise la construction de Descartes pour calculer la direction des normales aux surfaces d'onde (vecteurs  $\mathbf{k}$ ) et l'indice de réfraction correspondant au rayon extraordinaire.

L'ellipsoïde des indices est de révolution autour de l'axe optique du cristal ( $Ox$ ) et a pour équation :

$$x^2 / n_o^2 + (y^2 + z^2) / n_e^2 = 1$$

L'indice  $n^*$  du rayon extraordinaire est donné par l'équation  $x^2 + y^2 + z^2 = n^{*2}$

Soit  $N$  le point de la sphère des indices de rayon  $n$ .  $N$  a pour coordonnées :

$$N (n \sin i \cos \theta, n \cos i, n \sin i \sin \theta)$$

Le rayon extraordinaire coupe l'ellipsoïde des indices en  $N^*$  de coordonnées :

$$N^* (x = -n \sin i \cos \theta, y, z = -n \sin i \sin \theta)$$

$y$  vérifie l'équation de l'ellipsoïde d'où l'on tire :  $y^2 = n_e^2 - (n \sin i \sin \theta)^2 - n_e^2 (n \sin i \cos \theta)^2 / n_o^2$  et l'indice de réfraction  $n^{*2} = x^2 + y^2 + z^2 = n_e^2 + n^2 \sin^2 i \cos^2 \theta (1 - n_e^2 / n_o^2)$

Le déphasage entre le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire vaut alors :

$$\delta = (2\pi e/\lambda) [ (n_o^2 - n^2 \sin^2 i)^{1/2} - (n_e^2 - n^2 \sin^2 i (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta n_e^2/n_o^2))^{1/2} ]$$

et cette formule devient, si l'on part d'un milieu d'indice extérieur  $n = 1$  (air) :

$$\delta = (2\pi e/\lambda) [ (n_o^2 - \sin^2 i)^{1/2} - (n_e^2 - \sin^2 i (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta n_e^2/n_o^2))^{1/2} ]$$

Nous savons que  $i$  est petit car nous sommes en optique paraxiale. Effectuons donc un développement limité de  $\delta$  pour  $i$  petit :

$$\delta \approx (2\pi e/\lambda) (n_o - n_e) [ 1 - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2) ]$$

Les cannelures sont obtenues pour  $\delta = 2 k \pi$ , ce qui donne pour  $k$  entier :

$$\lambda \approx e [ (n_o - n_e)/k ] [ 1 - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2) ]$$

On peut aussi écrire plus simplement:

$\delta(i, \theta) = \delta(0) [ 1 - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2) ]$  où  $\delta(0)$  est le retard en incidence nulle  
et

$\lambda(i, \theta) = \lambda(0) [ 1 - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2) ]$  où  $\lambda(0)$  est la position de la cannelure en incidence nulle.

Son **décalage spectral**  $\Delta\lambda(i, \theta)$  par rapport à la position sous incidence nulle  $\lambda(0)$  vaut :

$$\Delta\lambda(i, \theta) / \lambda(0) = - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2)$$

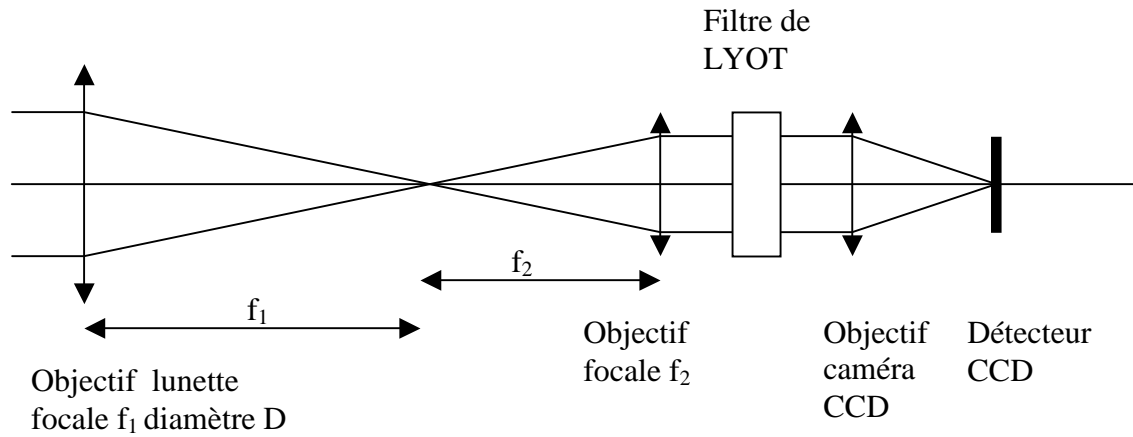
Que remarque t'on ?

- $\lambda(i, \theta)$  est au second ordre en  $i$
- si  $\theta = 0$ ,  $\lambda(i) = \lambda(0) [ 1 - i^2 / (2 n_o^2) ]$
- si  $\theta = \pi/2$ ,  $\lambda(i) = \lambda(0) [ 1 + i^2 / (2 n_o n_e) ]$
- selon les azimuths, la dépendance angulaire varie significativement, en décalant la cannelure vers le rouge ( $\theta = \pi/2$ ) ou vers le bleu ( $\theta = 0$ )
- L'interféromètre de Fabry Pérot, par comparaison, donnerait :  $\lambda(i) = \lambda(0) [ 1 - i^2 / 2 ]$ , c'est à dire qu'il est 2 à 3 fois plus sensible à la variation angulaire que l'étage de LYOT en spath

## V – Contraintes sur la variation angulaire dans le cas de l'observation du soleil entier

Le diamètre solaire est de  $32'$ . De ce fait l'incidence maximale des rayons à l'entrée du télescope ou de la lunette est de  $16'$ . Supposons que l'on place le filtre de LYOT en pleine ouverture. Le décalage  $\Delta\lambda/\lambda$  de la cannelure varie entre  $-i^2 / (2 n_o^2)$  et  $+i^2 / (2 n_o n_e)$  selon les azimuths. Il est en valeur absolue de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-6}$ , ce qui donne  $\Delta\lambda = 0.03 \text{ \AA}$  pour la raie H $\alpha$  en variation centre bord. Ce résultat est absolument excellent en comparaison de la largeur de la raie ( $1 \text{ \AA}$ ), et il en serait de même pour l'interféromètre de Fabry Pérot ( $\Delta\lambda = 0.07 \text{ \AA}$ ).

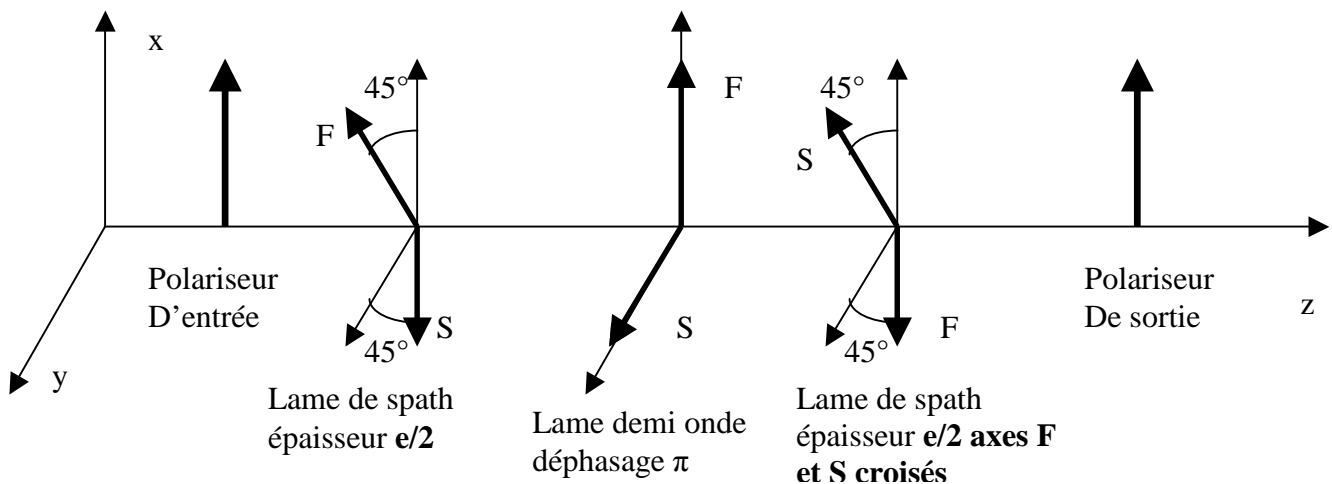
Le problème est qu'il n'est pas possible de placer un filtre de LYOT en pleine ouverture pour des raisons pratiques : le diamètre du filtre ne dépasse jamais  $35 \text{ mm}$  d'ouverture. On utilise donc en général un système afocal simple, décrit ci dessous :



Dans ce système, l'image de la pupille de l'instrument de diamètre D est projetée par le second objectif dans le filtre. Cette image a pour diamètre  $D f_2 / f_1$ . Il est aisé de montrer que les angles sont amplifiés par le facteur  $f_1 / f_2$  dans le système afocal. Prenons l'exemple de la lunette de Meudon avec  $f_1 = 2250$  mm,  $f_2 = 360$  mm ( $f_1 / f_2 = 6.25$ ) et  $D = 150$  mm. Dans le filtre la pupille a un diamètre raisonnable  $D f_2 / f_1$  de 24 mm. Le décalage  $\Delta\lambda / \lambda$  de la cannelure varie maintenant entre  $-(i f_1 / f_2)^2 / (2 n_o^2)$  et  $+(i f_1 / f_2)^2 / (2 n_o n_e)$  selon les azimuths. Il est en valeur absolue de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-4}$ , ce qui donne  $\Delta\lambda = 1.1$  Å pour la raie H $\alpha$  en variation centre bord : **ce n'est plus acceptable** quand on sait que la largeur de la raie est de 1 Å. Il faut donc imaginer un système dit « grand champ », et c'est ce qui a conduit à la réalisation des étages de LYOT à GRAND CHAMP.

## VI – Etage de LYOT à GRAND CHAMP

Il est basé sur l'utilisation de deux lames de spath de même épaisseur  $e/2$ , mais dont les axes optiques sont croisés, c'est à dire orthogonaux. L'astuce est la suivante : quand un rayon attaque la première lame sous azimuth nul, il est de  $\pi/2$  pour la seconde lame, et vice versa. Pour que les retards des deux lames **s'ajoutent**, on incorpore une lame demi onde entre les deux blocs de spath (sans cette lame demi onde, les retards se retranchent).



Pour chaque lame, la formule aux petits angles d'incidence  $i$  s'applique individuellement :  $\delta(i, \theta) = \delta(0) [ 1 - i^2 (\cos^2 \theta - (n_o/n_e) \sin^2 \theta) / (2 n_o^2) ]$

Le retard global est donc :  $\delta(i, \theta) = \frac{1}{2} ( \delta(i, \theta) + \delta(i, \theta + \pi/2) )$

Tous calculs faits, on trouve  $\delta(i) = \delta(0) [ 1 - i^2 (n_e - n_o) / (4 n_o^2 n_e) ]$

**On remarque que le retard de phase dans un étage de LYOT à grand champ est indépendant de l'azimuth  $\theta$ .**

Le décalage spectral pour une incidence  $i$  est donc indépendant de l'azimuth et vaut :

$$\Delta\lambda(i) / \lambda(0) = - i^2 (n_e - n_o) / (4 n_o^2 n_e)$$

Pour un Fabry Pérot, on aurait eu  $\Delta\lambda(i) / \lambda(0) = - 0.5 i^2$ , pour le spath on a  $\Delta\lambda(i) / \lambda(0) = - 0.01 i^2$ , ce qui signifie que l'étage de LYOT à grand champ est 50 fois moins sensible aux écarts angulaires. Par rapport à un étage de LYOT basique, le gain est d'environ  $(n_e - n_o) / (2 n_o) \approx 15$  pour le spath, ce qui est considérable.

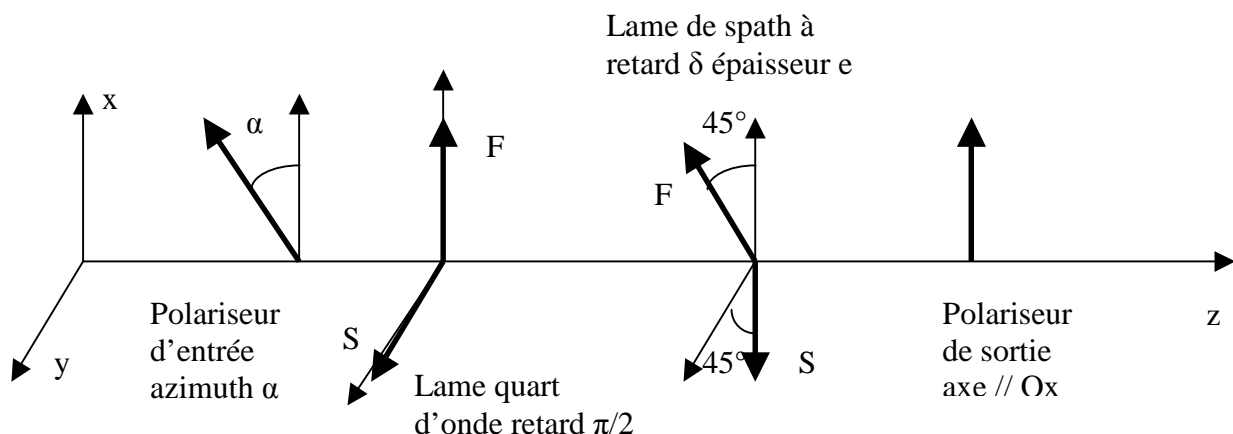
Reprenons l'exemple du système afocal ci dessus. Le décalage centre bord  $\Delta\lambda/\lambda$  de la cannelure est donc égal à  $-(i f_1 / f_2)^2 (n_e - n_o) / 4 n_o^2 n_e$ . Il est en valeur absolue de l'ordre de  $8.8 \cdot 10^{-6}$ , ce qui donne  $\Delta\lambda = 0.06 \text{ \AA}$  pour la raie H $\alpha$  en variation centre bord. Ce résultat est maintenant très satisfaisant, puisque la largeur de la raie est de  $1 \text{ \AA}$ .

## VII – Etage de LYOT accordable en bande passante

Nous savons maintenant réaliser un étage de LYOT à grand champ constitué de 2 lames de spath de demi épaisseur  $e/2$  croisées et séparées par une lame demi onde qui sert à ajouter les deux demi retards. Cet étage à grand champ est équivalent, en termes de retard, à un étage classique constitué d'une seule lame de spath d'épaisseur  $e$ . Pour déplacer la bande passante vers l'aile bleue ou l'aile rouge de la raie, on peut modifier la température du filtre de LYOT (ce qui agit sur la biréfringence, soit la valeur de  $n_o$  et de  $n_e$ ). Mais ce processus thermique est très lent, donc impraticable, de sorte qu'il faut trouver une astuce.

### Première possibilité

Effectuons le montage suivant : inclinons le polariseur d'entrée d'un angle  $\alpha$  et plaçons devant la lame de spath une lame quart d'onde dont les axes F et S sont parallèles aux axes Ox et Oy, selon le schéma suivant :





La lame quart d'onde a pour effet de transformer la polarisation linéaire issue du polariseur en polarisation elliptique (circulaire si  $\alpha = 45^\circ$ ).

On montre aisément que l'intensité émergente  $I$  est reliée à l'intensité incidente  $I_0$  par la relation :

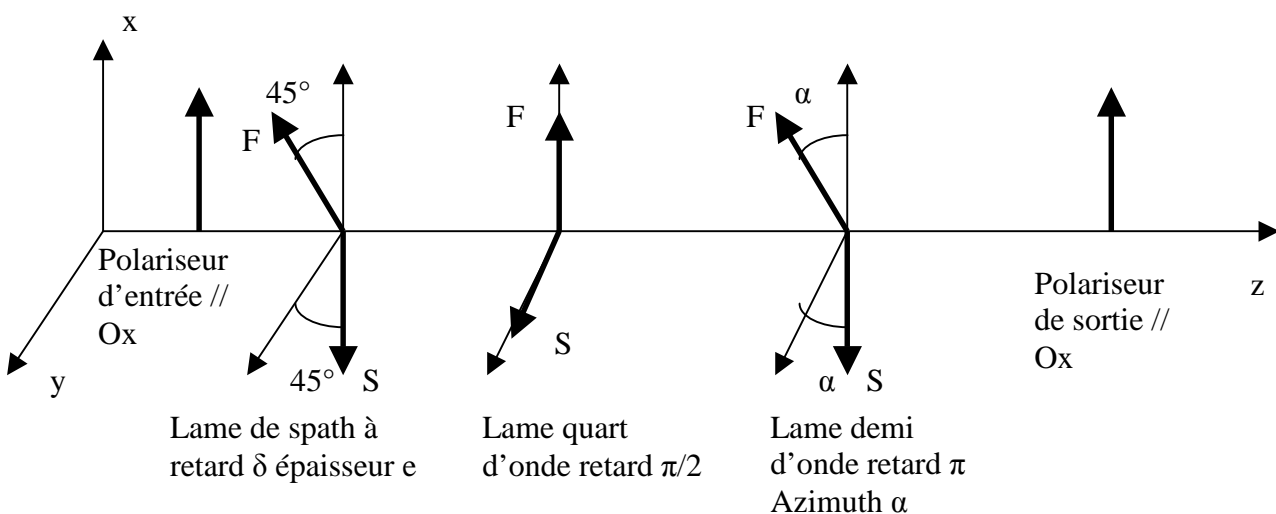
$$I = I_0 \cos^2(\delta/2 - \alpha) \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e, \Delta n = n_o - n_e$$

On constate donc que l'on a introduit un déphasage  $\alpha$  par rapport à la formule de l'étage de LYOT classique  $I = I_0 \cos^2(\delta/2)$ . On obtient encore un spectre cannelé, et il sera aisé de déplacer les cannelures en faisant varier l'angle  $\alpha$ . D'un étage de LYOT au suivant,  $\alpha$  sera proportionnel à l'épaisseur de l'étage, c'est à dire en puissance de 2, comme le retard  $\delta$ .

**D'un point de vue pratique**, le polariseur d'entrée est fixe et c'est l'ensemble de l'étage de LYOT constitué **d'une lame quart d'onde, d'une lame de spath à grand champ, et du polariseur de sortie** que l'on va mettre en rotation d'angle  $\alpha$  à l'aide d'une mécanique motorisée.

### Seconde possibilité

Effectuons le montage suivant : laissons le polariseur d'entrée et de sortie parallèles à l'axe  $Ox$ . et plaçons derrière la lame de spath une lame quart d'onde dont les axes  $F$  et  $S$  sont parallèles aux axes  $Ox$  et  $Oy$ , puis une lame demi onde rotative d'azimuth  $\alpha$  variable selon le schéma suivant :



On montre que l'intensité émergente  $I$  est reliée à l'intensité incidente  $I_0$  par la relation :

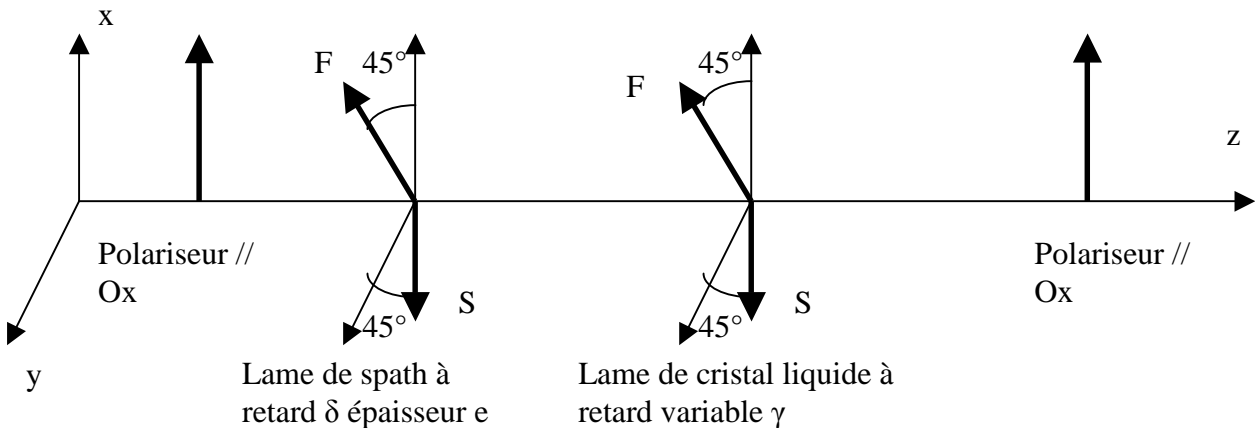
$$I = I_0 \cos^2(\delta/2 - 2\alpha) \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e, \Delta n = n_o - n_e$$

On constate donc que l'on a introduit un déphasage  $2\alpha$  par rapport à la formule de l'étage de LYOT classique  $I = I_0 \cos^2(\delta/2)$ . On obtient encore un spectre cannelé, et on déplace les cannelures en faisant varier mécaniquement l'azimuth  $\alpha$  de la lame demi onde. D'un étage de LYOT au suivant, ces azimuths seront proportionnels à l'épaisseur de l'étage, c'est à dire en puissance de 2.

### Troisième possibilité

Dans le montage précédent, on remplace la lame quart d'onde et la lame demi onde par une lame de cristal liquide à retard variable, dont les axes seront parallèles à ceux de la lame de spath. Les cristaux liquides, d'apparition assez récente en polarimétrie, ont la particularité d'avoir un retard

variable en fonction de la tension (quelques V) qu'on applique aux électrodes entre lesquelles ils sont placés. Le retard peut généralement varier de 0 à  $2\pi$



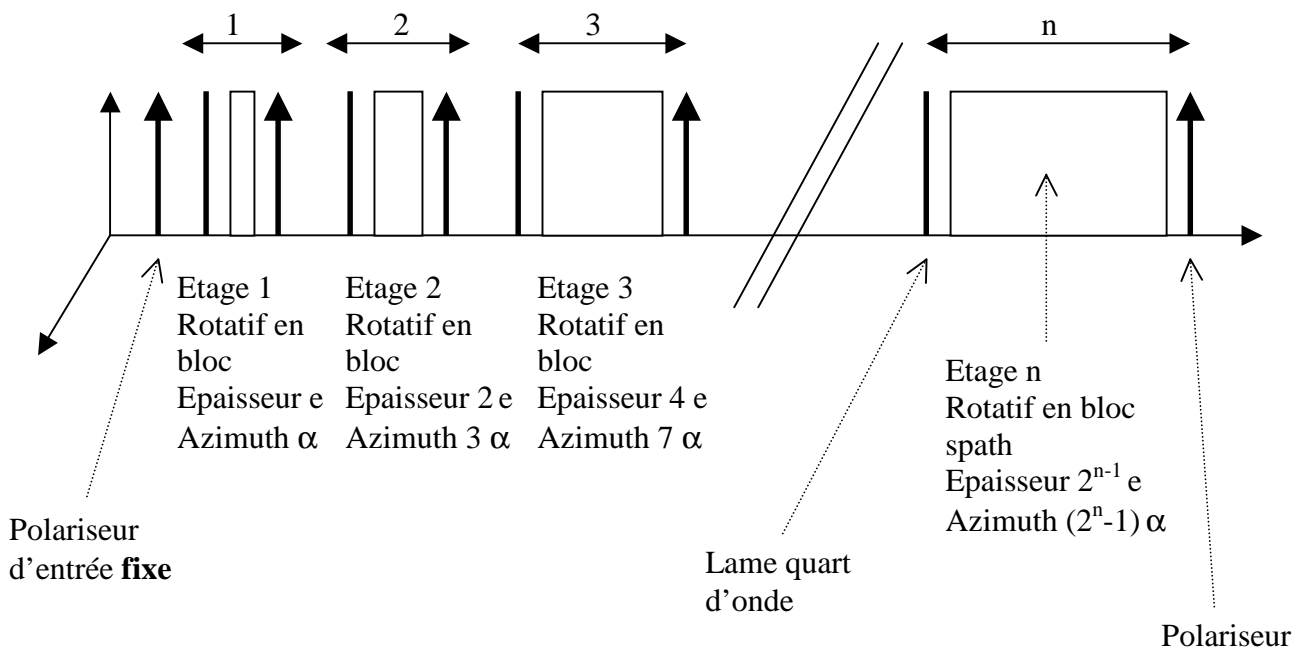
On montre que l'intensité émergente  $I$  est reliée à l'intensité incidente  $I_0$  par la relation :

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right) \text{ où } \delta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \Delta n e, \Delta n = n_o - n_e$$

On constate donc que l'on a introduit un déphasage  $\gamma/2$  par rapport à la formule de l'étage de LYOT classique  $I = I_0 \cos^2(\delta/2)$ . On déplace les cannelures en faisant varier électriquement le retard  $\gamma$  du cristal liquide. D'un étage de LYOT au suivant, ces retards seront proportionnels à l'épaisseur de l'étage, c'est à dire en puissance de 2.

### VIII – Filtre de LYOT accordable en bande passante

Considérons maintenant un filtre à  $n$  étages construits en adoptant la **première** disposition décrite. Chaque étage (constitué d'une lame quart d'onde, d'une lame de spath à grand champ, et d'un polariseur de sortie) est tourné **par rapport au précédent** d'un **angle proportionnel à son épaisseur**, c'est à dire en puissance de 2 dans le cas du filtre accordable classique.



Si l'étage 1 est tourné de  $\alpha$ , l'étage 2 sera tourné de  $2\alpha$  par rapport à l'étage 1 et aura un azimuth de  $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ . L'étage 3 sera tourné de  $4\alpha$  par rapport à l'étage 2 et aura un azimuth de  $\alpha + 2\alpha + 4\alpha = 7\alpha$ . L'étage 4 sera tourné de  $8\alpha$  par rapport à l'étage 3 et aura un azimuth de  $\alpha + 2\alpha + 4\alpha + 8\alpha = 15\alpha$  et ainsi de suite,  $(2^n - 1)\alpha$  pour l'étage n. **Les azimuths se cumulent donc.**

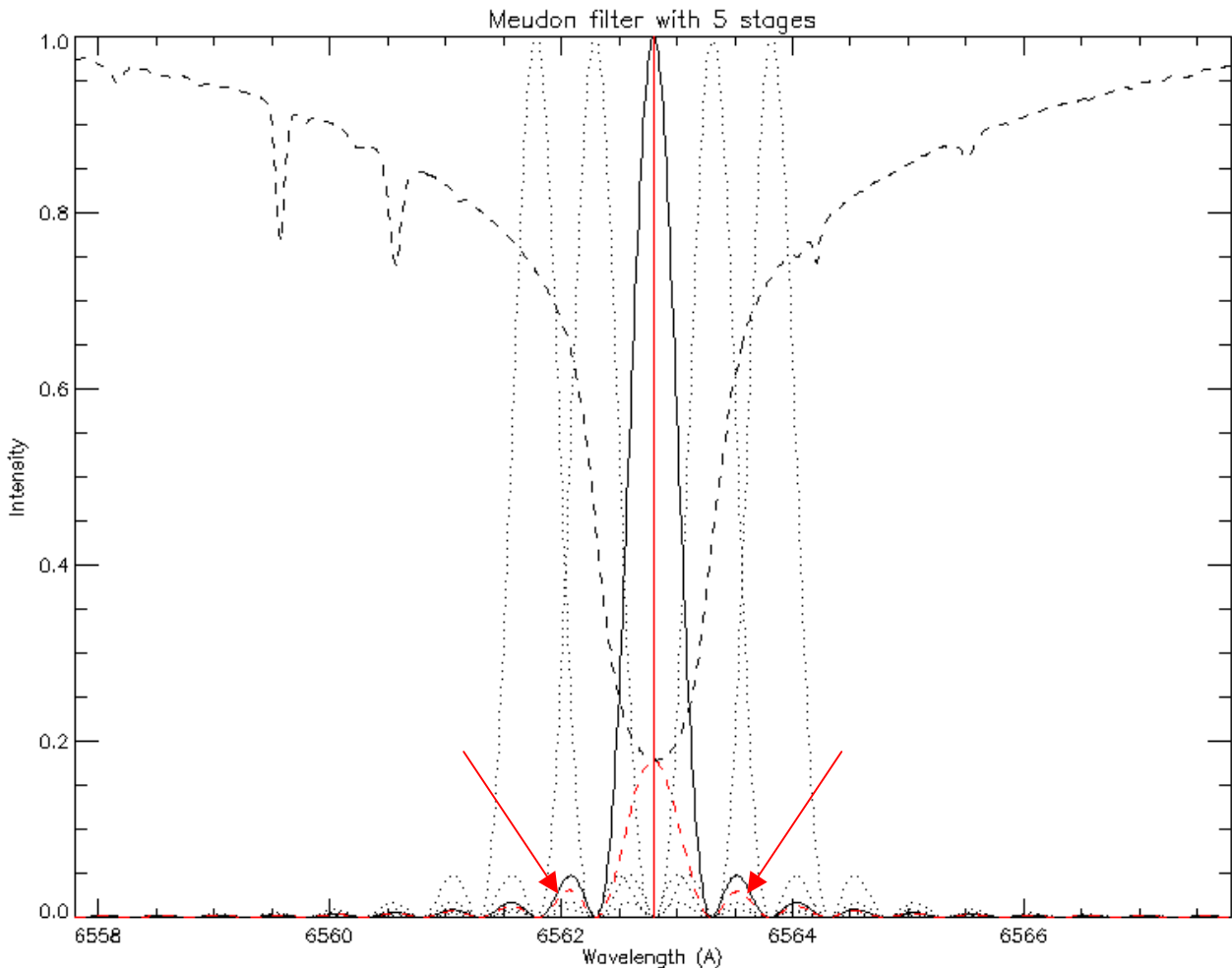
Un filtre à n étages aura pour intensité émergente :

$$I = I_0 \cos^2(\delta/2 - \alpha) \cos^2(2(\delta/2 - \alpha)) \cos^2(4(\delta/2 - \alpha)) \dots \cos^2(2^{n-1}(\delta/2 - \alpha)) \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$$

Un peu de trigonométrie permet de simplifier cette relation et on aboutit à :

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(2^n(\delta/2 - \alpha))}{2^n \sin(\delta/2 - \alpha)} \right]^2 \text{ où } \delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$$

L'amplitude de déplacement de la bande passante par variation de  $\alpha$  est d'une cannelure.



*Filtre de LYOT à 5 étages d'épaisseur  $e$ ,  $2e$ ,  $4e$ ,  $8e$  et  $16e$  avec  $e = 1.5 \text{ mm}$   
 5 positions de cannelures ont été représentées pour 5 positions angulaires différentes permettant de caler la bande passante du filtre sur  $H\alpha \pm 1\text{Å}$ ,  $H\alpha \pm 0.5\text{Å}$  (.....),  $H\alpha$  centre (—) avec une bande passante (largeur à mi hauteur) de  $0.5 \text{ Å}$ .  
 En tireté noir (---): la raie  $H\alpha$ . En tireté rouge (---): la raie  $H\alpha$  au travers du filtre, cannelure en position centre raie.*

On remarque sur le tracé ci dessus d'un filtre de LYOT idéal accordable à 5 étages que **le pic central de la raie H $\alpha$  est pollué** par un signal indésirable issu des ailes (flèches **rouges** sur la figure, courbe en tireté **rouge ---**), dont le résultat sera une diminution du contraste. Il est possible de réduire ce phénomène en utilisant un assemblage de **2 filtres entrelacés**, comportant un filtre **primaire** composé d'étages d'épaisseur e, 2e, 4e... et un filtre **secondaire** composé d'étages d'épaisseur 1.5e, 3e, 6e... représentant l'ultime aboutissement de la technologie du filtre de LYOT.

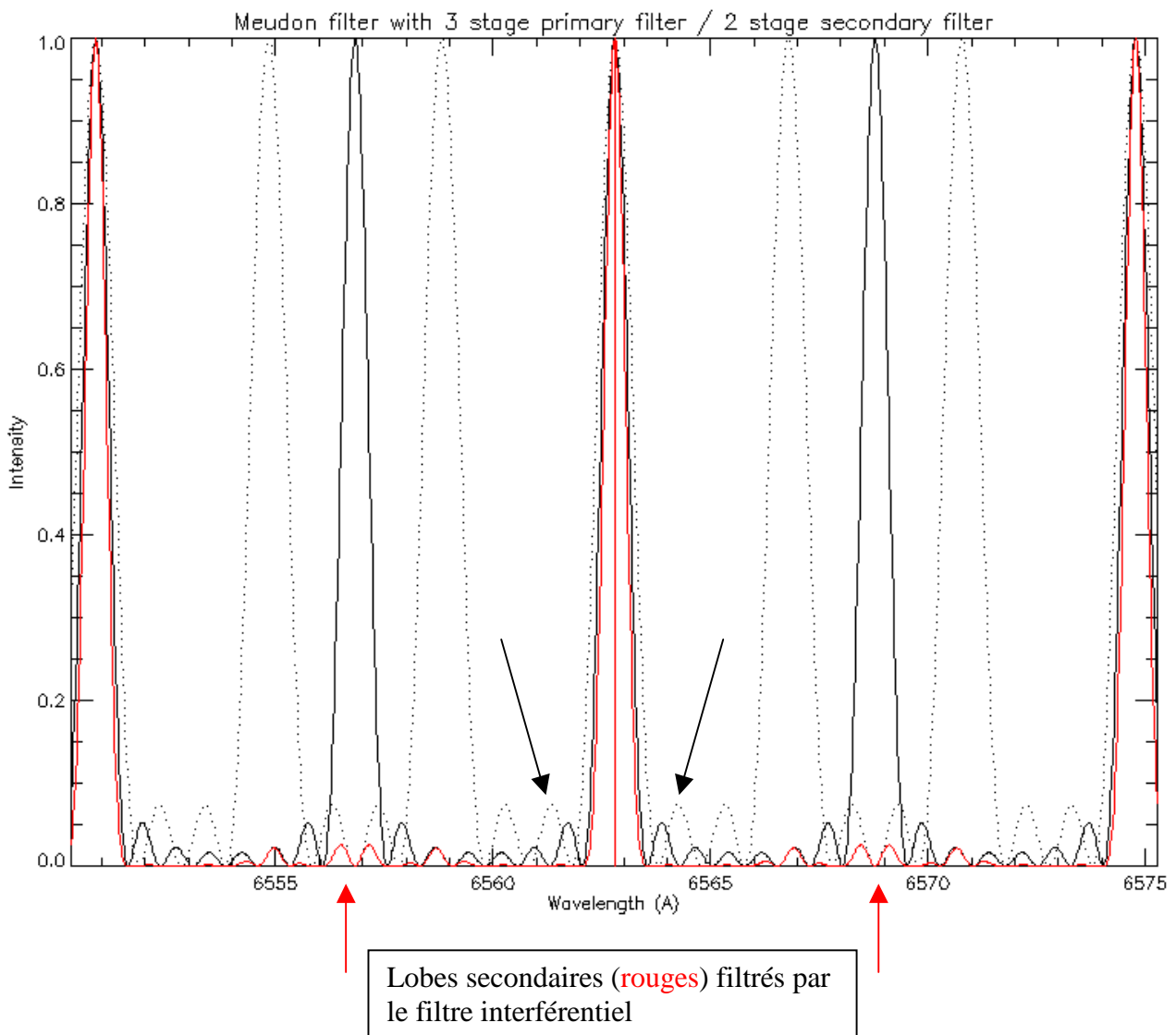
### IX – Filtre de LYOT à entrelacement d'un filtre primaire et d'un filtre secondaire

Considérons un filtre à n étages d'épaisseur e, 2e, 4e... et un filtre à m étages d'épaisseur d, 2d, 4d... L'intensité transmise est donnée par :

$$I = I_0 [ \sin ( 2^n(\delta/2 - \alpha) ) / ( 2^n \sin(\delta/2 - \alpha) ) ]^2 [ \sin ( 2^m(\gamma/2 - \beta) ) / ( 2^m \sin(\gamma/2 - \beta) ) ]^2$$

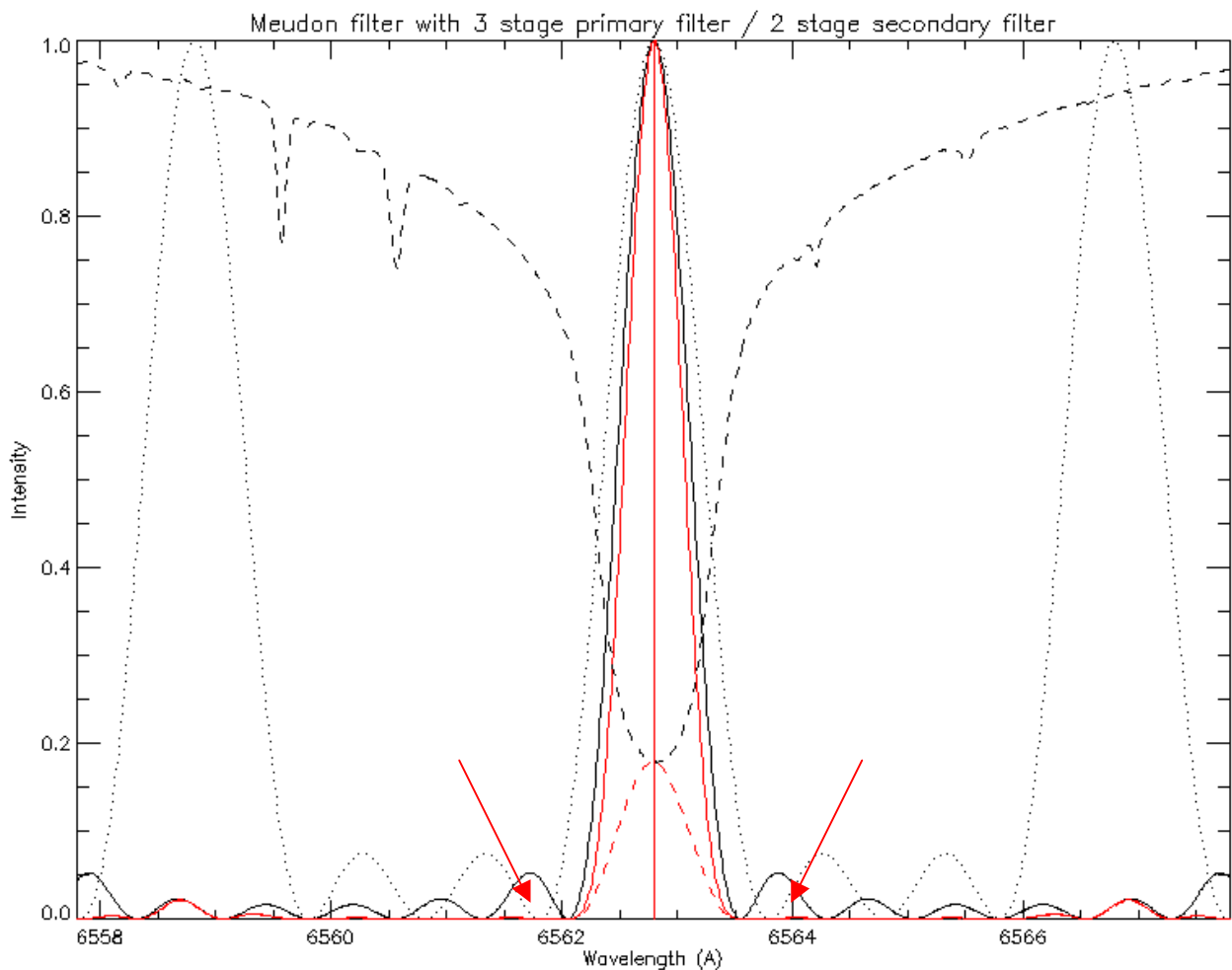
où  $\delta = (2\pi/\lambda) \Delta n e$  et  $\gamma = (2\pi/\lambda) \Delta n d$

On choisit d et  $\beta$  de telle sorte que  $d = k e$  et  $\beta = k \alpha$  où k est un nombre réel tel que  $d / e = \beta / \alpha$ .



Si  $k$  est une fraction rationnelle, alors les cannelures des 2 filtres se superposent. En prenant par exemple  $k = 3/2$ , on constate sur la figure ci dessus (flèches **noires**) que les maxima secondaires du premier filtre (trait continu noir —) sont éteints par les minima secondaires du second filtre (pointillé noir .....). Le filtre résultant (produit des deux) est représenté par la courbe rouge (—), il n'y a plus aucun lobe secondaire dans les ailes des cannelures, ce qui donne un filtre très pur. Les lobes secondaires sont rejetés à mi distance des cannelures (flèches **rouges**) et seront filtrés par le filtre interférentiel étroit indispensable à la sélection de la cannelure utile.

Le filtre le plus récent dont nous disposons à Meudon date du début des années 1980. Il est composé d'un filtre primaire accordable à 3 étages d'épaisseur  $e$ ,  $2e$ ,  $4e$  et un filtre secondaire composé de 2 étages d'épaisseur  $d$  et  $2d$  tel que  $d = 3/2 e$  ( $k = 3/2$ ). C'est cet exemple que nous avons modélisé ci dessus et dessous ( $e = 4.2$  mm et  $d = 6.3$  mm). L'accord en longueur d'onde se fait par rotation des étages du filtre sachant que  $\beta = 3/2 \alpha$ . La distance théorique entre cannelures est de  $12 \text{ \AA}$ .



Filtre de LYOT à 3 étages primaires d'épaisseur  $e$ ,  $2e$ ,  $4e$  avec  $e = 4.2$  mm et 2 étages secondaires d'épaisseur  $d$ ,  $2d$  avec  $d = 3/2 e$ . La bande passante (largeur à mi hauteur) est de  $0.54 \text{ \AA}$ .

— : filtre primaire à 3 étages. ..... : filtre secondaire à 2 étages

— : filtre résultant

En tireté noir (---): la raie  $H\alpha$ . En tireté rouge (---): la raie  $H\alpha$  au travers du filtre, cannelure en position centre raie.

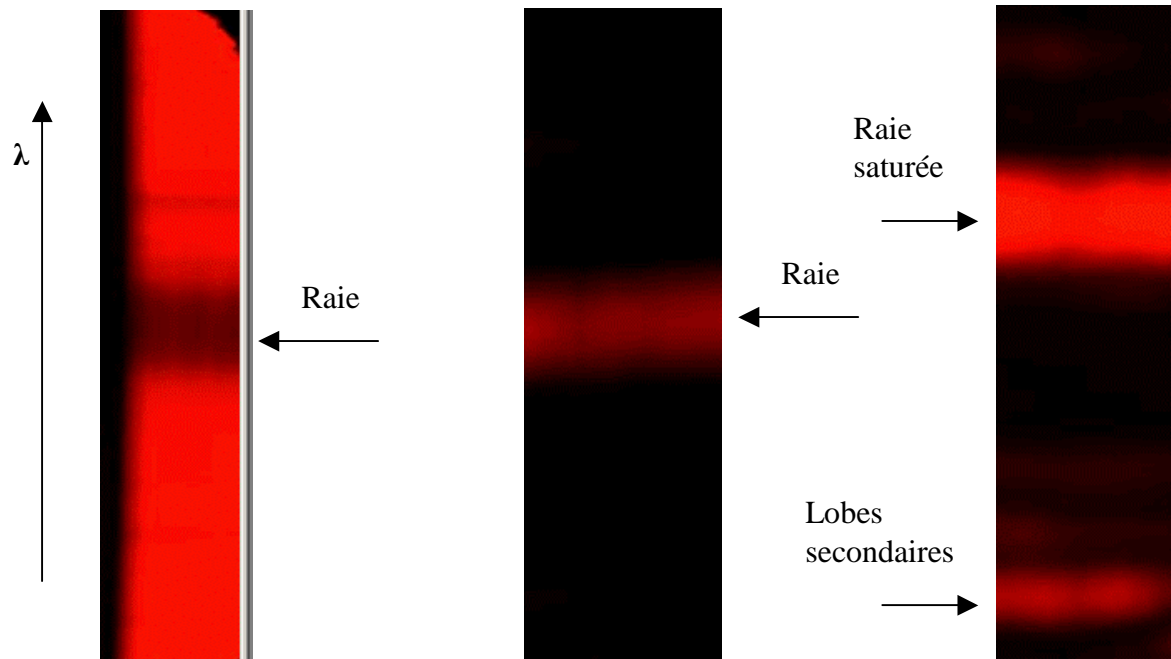
On remarque sur cette figure (flèches **rouges**) qu'il n'existe plus aucun signal polluant issu des ailes de la raie  $H\alpha$ , contrairement au filtre à 5 étages en puissance de 2 décrit précédemment.

## X – Mesures expérimentales avec le filtre DASOP/SERT

Le filtre le plus sophistiqué dont nous disposons (accordable, filtre primaire et secondaire entrelacés, étages à grand champ) a été placé devant la fente d'entrée du spectrographe de la Tour Solaire de Meudon avec un thermostat numérique (précision  $0.1^\circ \text{C}$ ). On a noté :

- Température **46,1° C**
- Sensibilité environ 0.5 A par degré C

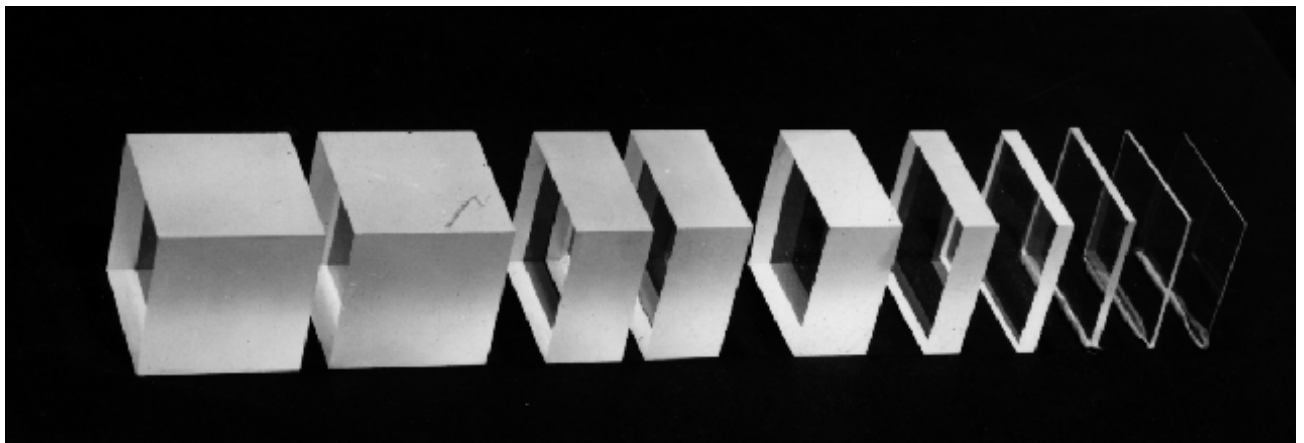
Ci dessous les relevés faits au spectrographe.



Raie H $\alpha$  sans filtre

Raie H $\alpha$  avec filtre

Raie H $\alpha$  avec filtre  
Les temps de pose  
ont été augmentés  
pour faire apparaître  
les lobes secondaires  
situés à mi distance  
entre deux  
cannelures



*blocs de spath d'un filtre de LYOT (les 2 étages de gauche sont à grand champ)*