

## Résonances géantes et décroissances

D. Vautherin

► **To cite this version:**

D. Vautherin. Résonances géantes et décroissances. École thématique. Ecole Joliot Curie "Les noyaux en 1993: une nouvelle façon d'exister", Maubuisson, (France), du 13-18 septembre 1993: 12ème session, 1993. <cel-00648742>

**HAL Id: cel-00648742**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00648742>**

Submitted on 6 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## RESONANCES GEANTES ET DECROISSANCES

D. VAUTHERIN

IPN Orsay - BP 1 - 91406 ORSAY Cedex

Le but des présentes notes de cours est de décrire une application de la théorie de la réponse linéaire dans le cas de la matière nucléaire au calcul des propriétés des résonances géantes dans les noyaux à température finie. Ces notes ne contiennent pas la première partie du cours qui a été présenté à l'école de Maubuisson et qui était consacrée aux méthodes du problème à N-corps à température finie. En effet le matériel contenu dans cette première partie a déjà fait l'objet d'une publication dans les comptes rendus de l'école J. A. Swieca (Vautherin, 1993).

Le plan des notes est le suivant. Dans la section 1 nous décrivons la théorie de la réponse linéaire à température finie et présentons les principaux résultats de cette approche pour la matière nucléaire infinie. L'application de ces résultats au cas de la résonance géante dipolaire dans un noyau fini est décrite dans la section 2. Une brève comparaison avec les données expérimentales est effectuée dans la section 3.

### 1 Théorie de la réponse linéaire dans la matière nucléaire

Dans la matière nucléaire les états à une particule sont repérés par les nombres quantiques  $(k, \sigma, \tau)$  caractérisant le nombre d'onde, le spin et l'isospin d'un nucléon. Nous désignerons par  $\epsilon(k)$  l'énergie à une particule du niveau  $k$  et par  $f(k)$  le nombre d'occupation de Fermi associé. Nous considérons le cas de la fonction de réponse isovectorielle pour laquelle on doit chercher l'évolution temporelle de la différence des matrices densité  $\delta\rho = \rho_n - \rho_p$  en présence d'un champ externe infinitésimal de la forme

$$V_{ext} = \epsilon\tau_3 e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i(\omega+i\eta)t} \quad (1)$$

Dans cette équation  $\tau_3 = 1$  pour les neutrons et  $-1$  pour les protons et  $\eta$  est un nombre positif infinitésimal correspondant à un branchement adiabatique du champ externe. En linéarisant les équations de champ moyen dépendant du temps:

$$i\partial_t \rho = [W, \rho], \quad (2)$$

où  $\rho$  est la matrice densité totale et  $W$  l'Hamiltonien de champ moyen, on obtient

$$i\partial_t \langle k|\delta\rho|k' \rangle = \{\epsilon(k) - \epsilon(k')\} \langle k|\delta\rho|k' \rangle + \{f(k') - f(k)\} \langle k|(U_n - U_p)|k' \rangle + 2\epsilon\{f(k') - f(k)\} \delta(k' - k - \mathbf{q}) e^{-i(\omega+i\eta)t}. \quad (3)$$

Dans cette équation  $U_n$  et  $U_p$  sont les potentiels moyens des neutrons et des protons. Considérons le cas d'une force de Skyrme simplifiée

$$v = t_0(1 + x_0 P_\sigma)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_3\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3). \quad (4)$$

Pour une telle force  $U_n$  et  $U_p$  sont des potentiels locaux pour lesquels on a

$$U_n(\mathbf{r}, t) - U_p(\mathbf{r}, t) = 2V_0(\rho_n(\mathbf{r}, t) - \rho_p(\mathbf{r}, t)), \quad (5)$$

où  $V_0$  est une constante définie par la relation

$$V_0 = -\frac{t_0}{2}\left(x_0 + \frac{1}{2}\right) - \frac{t_3}{8}\rho_0, \quad (6)$$

et où

$$\rho_n(\mathbf{r}, t) = \langle \mathbf{r} | \rho_n(t) | \mathbf{r} \rangle. \quad (7)$$

Cherchons des solutions de l'équation 3 sous la forme:

$$\langle \mathbf{k} | \delta\rho | \mathbf{k}' \rangle = \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k} - \mathbf{q}) \langle \mathbf{k} | \delta\rho | \mathbf{k} + \mathbf{q} \rangle e^{-i(\omega+i\eta)t}. \quad (8)$$

Pour cet Ansatz la variation de la densité

$$\langle \mathbf{r} | \delta\rho | \mathbf{r} \rangle = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{r}} \langle \mathbf{k} | \delta\rho | \mathbf{k}' \rangle, \quad (9)$$

peut s'écrire

$$\langle \mathbf{r} | \delta\rho | \mathbf{r} \rangle = \alpha e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i(\omega+i\eta)t}, \quad (10)$$

avec

$$\alpha = \sum_{\mathbf{k}} \langle \mathbf{k} | \delta\rho | \mathbf{k} + \mathbf{q} \rangle. \quad (11)$$

Par suite on a

$$\langle \mathbf{k} | (U_n - U_p) | \mathbf{k}' \rangle = 2V_0\alpha\delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k} + \mathbf{q})e^{-i(\omega+i\eta)t}. \quad (12)$$

En reportant cette formule dans l'équation 3 on aboutit à la relation suivante

$$\langle \mathbf{k} | \delta\rho | \mathbf{k} + \mathbf{q} \rangle = \frac{(2V_0\alpha + 2\epsilon)\{f(\mathbf{k}) - f(\mathbf{k} + \mathbf{q})\}}{\omega + i\eta - \epsilon(\mathbf{k}) + \epsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})}. \quad (13)$$

En reportant alors ce résultat dans l'équation 11 on obtient une équation linéaire déterminant  $\alpha$

$$\alpha = (V_0\alpha + \epsilon)\Pi_0(\omega, \mathbf{q}), \quad (14)$$

où  $\Pi_0$  est le tenseur de polarisation non perturbé, aussi appelé fonction de Lindhard (cf Fetter et Walecka, 1971) défini par la formule

$$\Pi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \frac{f(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - f(\mathbf{k})}{\omega + i\eta - \epsilon(\mathbf{k}) + \epsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})}, \quad (15)$$

où le facteur 2 a été introduit de façon à être en accord avec la définition usuelle (cf. Fetter et Walecka 1971). En résolvant l'équation pour  $\alpha$  on trouve:

$$\alpha = \frac{\epsilon\Pi_0(\omega, \mathbf{q})}{1 - V_0\Pi_0(\omega, \mathbf{q})}. \quad (16)$$

La quantité

$$\Pi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\alpha}{\epsilon} \quad (17)$$

est appelée tenseur de polarisation à l'approximation de la réponse linéaire, également appelée approximation RPA (random phase approximation). D'après les formules ci dessus on a

$$\Pi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\Pi_0(\omega, \mathbf{q})}{1 - V_0\Pi_0(\omega, \mathbf{q})}. \quad (18)$$

Pour un moment  $\mathbf{q}$  donné on voit qu'il y aura une réponse résonnante du système lorsque  $\omega$  correspond à un zéro du dénominateur i.e. lorsque

$$1 = V_0\Pi_0(\omega, \mathbf{q}). \quad (19)$$

La partie réelle du pole  $\omega$  donne la position du mode collectif alors que sa partie imaginaire donne sa durée de vie.

Les formules que nous venons de donner sont applicables dans le seul cas d'une interaction de Skyrme simplifiée. Il est possible toutefois de généraliser ces formules au cas d'une force de Skyrme complète à condition d'introduire de nouveaux types de fonctions de Lindhard (voir Garcia- Recio, 1992).

## 2 Résonance géante dipolaire dans un noyau fini

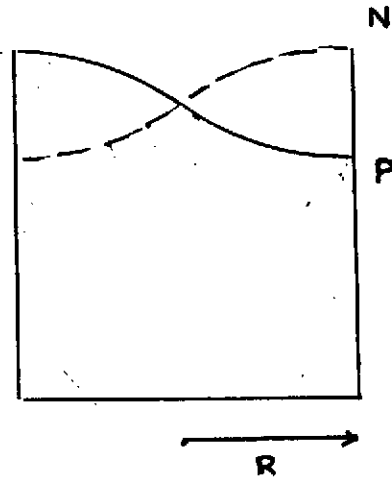
Dans le cas d'un noyau fini nous modélisons la résonance géante dipolaire isovectorielle comme une oscillation des densités de neutrons et de protons de la forme

$$\rho_n(\mathbf{r}, t) - \rho_p(\mathbf{r}, t) = \epsilon \sin(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \exp(i\omega t). \quad (20)$$

Dans cette équation nous choisissons le nombre d'onde  $q$  de telle sorte que l'on ait

$$q = \pi/2R, \quad (21)$$

où  $R$  est le rayon du noyau. Ce choix correspond au mouvement des neutrons et des protons qui est dessiné schématiquement sur la figure ci-dessous. Notre modèle est donc proche de



celui de Steinwedel et Janssen (cf. Ring et Schuck, 1980).

Pour un noyau donné l'équation 21 fixe le moment  $q$  et l'équation 19 détermine alors la position et la largeur de la résonance géante. Séparons la partie réelle et la partie imaginaire du pôle et écrivons

$$\omega = \Omega + i\gamma. \quad (22)$$

En supposant  $\gamma$  petit par rapport à  $\Omega$  on obtient pour la position de la résonance l'équation

$$1 = V_0 \Re \Pi_0(\Omega, q), \quad (23)$$

et pour la largeur

$$\gamma = \frac{\Im m \Pi_0(\Omega, q)}{\frac{d}{d\Omega} \Re e \Pi_0(\Omega, q)}. \quad (24)$$

Pour effectuer les calculs il nous reste à choisir les 3 paramètres  $t_0$ ,  $t_3$  et  $x_0$  de la force de Skyrme simplifiée. Pour cette interaction la densité d'énergie d'un noyau est donnée par l'expression

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{2m} \tau(\mathbf{r}) + \frac{3}{8} t_0 \rho(\mathbf{r})^2 - \frac{1}{4} t_0 (x_0 + \frac{1}{2}) \delta \rho(\mathbf{r})^2 + \frac{t_3}{16} (\rho(\mathbf{r})^2 - \delta \rho(\mathbf{r})^2) \rho(\mathbf{r}), \quad (25)$$

où  $\rho(\mathbf{r})$  est la densité totale,  $\delta \rho(\mathbf{r})$  la différence des densités de neutrons et de protons  $\rho_n - \rho_p$  et  $\tau$  la densité d'énergie cinétique. Le coefficient d'énergie de symétrie  $a_\tau$  intervenant dans la formule de masse de Bethe-Weiszacker (terme en  $(N - Z/A)^2$ , important pour la résonance dipolaire) est donné par

$$a_\tau = \frac{1}{3} T_F - \frac{1}{4} t_0 (x_0 + \frac{1}{2}) \rho - \frac{1}{16} t_3 \rho^2, \quad (26)$$

où  $T_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$  est l'énergie cinétique des nucléons à la surface de Fermi. En ajustant les valeurs de l'énergie de liaison ( $E/A = -16$  MeV), de la densité d'équilibre ( $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ ) et de l'énergie de symétrie ( $a_\tau = 30$  MeV) de la matière nucléaire infinie, on obtient les valeurs des paramètres

$$t_0 = -983.4 \text{ MeV} \times \text{fm}^3 \quad t_3 = 13105.8 \text{ MeV} \times \text{fm}^6 \quad x_0 = .48. \quad (27)$$

Pour ces valeurs des paramètres l'intensité  $V_0$  de l'interaction résiduelle a pour valeur

$$V_0 = 240 \text{ MeV} \times \text{fm}^3. \quad (28)$$

L'interaction résiduelle pour le mode isovectoriel est donc répulsive, en accord avec les descriptions usuelles de ce mode. La valeur de  $V_0$  est en fait reliée directement au coefficient d'énergie de symétrie  $a_\tau$  par la relation

$$a_\tau = \frac{1}{3} T_F + \frac{1}{2} V_0 \rho_0, \quad (29)$$

où  $\rho_0$  est la densité de saturation de la matière nucléaire.

A température nulle la partie réelle de  $\Pi_0$  est donnée par la formule (Fetter et Walecka 1971)

$$\Re e \Pi_0(\Omega, q) = \frac{3\rho_0}{8T_F} \left\{ -1 + \frac{\phi(u+a) - \phi(u-a)}{2a} \right\}, \quad (30)$$

où  $\rho_0$  est la densité,  $T_F$  l'énergie cinétique à la surface de Fermi,  $u$  et  $a$  les quantités sans dimension

$$u = \frac{\hbar\Omega}{2\varepsilon_F} \frac{k_F}{q} - 1 \quad a = \frac{q}{2k_F}, \quad (31)$$

et  $\phi$  la fonction

$$\phi(x) = x(x+2) \log \left| \frac{x+2}{x} \right|. \quad (32)$$

Etant donné que la quantité sans dimension  $a = q/k_F$  est petite il peut sembler légitime d'approximer le deuxième terme de l'équation (30) par une dérivée de la fonction  $\Phi$ . En fait ceci n'est pas le cas en raison des singularités qui sont présentes dans la définition de la fonction  $\Phi$ .

L'équation donnant  $\Omega$  peut s'écrire

$$G(u) = C, \quad (33)$$

avec

$$G(u) = \frac{\phi(u+a) - \phi(u-a)}{2a}, \quad (34)$$

et

$$C = 1 + \frac{8T_F}{3V_0\rho_0} = 3.66. \quad (35)$$

Examinons cette équation dans le cas du plomb-208. En prenant un rayon  $R = 6fm$  on a  $q = 0.25fm^{-1}$  et pour  $k_F = 1.4fm^{-1}$  on trouve  $a \simeq 1/12$ . La fonction  $G(u)$  a alors un maximum égal à 6.35 près de  $u = 0$  puis décroît lorsque  $u$  croît :  $G(u = a) = 5.55$ ,  $G(u = 2a) = 4.06$ ,  $G(u = 3a) = 3.52$ . On voit donc que la solution  $u_0$  de l'équation  $G(u_0) = C$  donnant  $\Omega$  est très proche de  $u_0 = 3a$  ce qui donne

$$\frac{\hbar\Omega}{2\varepsilon_F} \frac{k_F}{q} = 1 + u_0 = 1.25, \quad (36)$$

ou encore  $\hbar\Omega = 16.6$  MeV. Ceci est plus élevé que la valeur expérimentale (14 MeV) mais assez satisfaisant étant donné la simplicité du modèle.

Examinons à présent les prédictions de notre modèle pour la largeur du mode isovectoriel. A température  $T = 1/\beta$  la partie imaginaire de la fonction de Lindhard est donnée par la

formule (voir par exemple Basdevant, Chomaz, Vautherin, 1990):

$$\Im m\Pi_0(\Omega, q) = -\frac{3\pi}{16} \left(\frac{k_F}{q}\right) \frac{T}{T_F} \left(\frac{\rho_0}{T_F}\right) \log \frac{1 + e^{\beta(A+\Omega/2)}}{1 + e^{\beta(A-\Omega/2)}} \quad (37)$$

avec

$$A = T_F - \frac{m\Omega^2}{2q^2} - \frac{q^2}{8m}. \quad (38)$$

Considérons à nouveau le cas du plomb-208 pour lequel  $q \simeq 0.25 fm^{-1}$ . Dans ce cas on trouve  $A \simeq -10$  MeV. Par ailleurs l'équation donnée plus haut pour la partie réelle de la fonction de Lindhard à température nulle conduit à

$$\frac{d\Re\Pi_0(\Omega, q)}{d\Omega} = -\frac{3\rho_0}{8T_F} \times 4.77 \times \frac{1}{\Omega} (1 + u_0). \quad (39)$$

Admettons, en première approximation, que cette dérivée dépende peu de la température, ce qui est raisonnable pour des températures sensiblement plus petites que l'énergie de Fermi. En reportant l'expression ci-dessus dans l'équation définissant  $\gamma$  on obtient la formule approchée

$$\gamma = 0.64kT \log \left\{ \frac{1 + \exp(-2\text{MeV}/kT)}{1 + \exp(-18\text{MeV}/kT)} \right\}. \quad (40)$$

Cette formule conduit aux résultats indiqués sur la table suivante :

T (MeV)	$\gamma$ (MeV)
1	0.08
2	0.04
3	0.78
4	1.20
5	1.63
6	2.07

### 3 Discussion

On voit donc que la formule que nous avons construite reproduit l'accroissement de la largeur de la résonance géante dipolaire qui est obtenu dans les calculs microscopiques de type RPA (D. Vautherin et N. Vinh Mau, 1984 et N. Vinh Mau, 1992). Au contraire les calculs semi-classiques de type Thomas Fermi utilisant une construction des moments de la distribution



d'intensité à partir de règles de somme ne produisent pas un tel accroissement (Barranco,1984). Expérimentalement une saturation de l'accroissement de la largeur de la résonance géante dipolaire est observée dans certaines expériences (voir les articles de revue de J. J. Gaardhoje, 1992 et de Nicole Vinh Mau, 1993).

Il est intéressant de noter que notre formule (40) produit une saturation de la largeur à une valeur de l'ordre de  $\gamma = 5$  MeV. Toutefois cette saturation a lieu pour des températures de plusieurs dizaines de MeV contre quelques MeV expérimentalement. Il convient cependant de souligner que le présent calcul ne comprend qu'un aspect de la physique liée à l'amortissement des résonances géantes. En effet la largeur que nous calculons correspond au couplage du mode collectif avec les modes particules-trou non perturbés (amortissement de Landau). Le couplage aux états à 2 particules et 2 trous, ainsi que l'évaporation de nucléons conduisent à des effets importants qui doivent être inclus dans une discussion plus complète (voir par exemple Bertsch, 1983, Adachi, 1984, Chomaz, 1993, et les références contenues dans ce dernier article). L'intérêt principal de l'approche que nous venons de présenter est qu'elle fournit des formules analytiques simples, permettant d'évaluer rapidement l'ordre de grandeur des effets liés au champ nucléaire moyen.

### Remerciements

Je remercie Yvon Abgrall pour son invitation à présenter ce cours à l'école de Maubuisson. Son remarquable travail d'organisation y a permis des échanges fructueux. Je tiens par ailleurs à remercier tout particulièrement Nicole Vinh Mau et Nguyen Van Giai pour de nombreuses discussions sur le problème des largeurs des résonances géantes à température finie.

### References

- [1] S. Adachi et Nguyen Van Giai (1984), Phys. Lett. **149B**, 447
- [2] M. Barranco , A. Polls, S. Marcos, J. Navarro et J. Treiner (1985), Phys. Lett. **154B** , 96
- [3] J.L. Basdevant, P. Chomaz et D. Vautherin (1990), Neutrino propagation in hot dense matter, Prépublication Orsay IPNO/TH 90-48

- [4] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon and R. A. Broglia (1983), *Rev. Mod. Phys.* **55**, 287
- [5] Ph. Chomaz (1993), *Comptes Rendus du sixième Colloque Franco- Japonais, Saint- Malo, 6- 10 Octobre 1992*, Edités par N. Alamanos, S. Fortier et F. Dykstra, Editions du Commissariat à l'énergie atomique, Paris, 1993
- [6] A. L. Fetter and J. D. Walecka (1971), *Quantum Theory of many particle systems*, Mc Graw Hill, New York
- [7] J. J. Gaardhoje (1992), *Nuclear Structure at high excitation energy studied with giant resonances*, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, Volume 42, page 483
- [8] C. Garcia- Recio, J. Navarro, Nguyen Van Giai et L. L. Salcedo (1992), *Annals of Physics* **214**, 293
- [9] P. Ring and P. Schuck (1982), *The nuclear many body problem*, Springer, Berlin
- [10] D. Vautherin (1993), *Comptes- Rendus de la sixième école d'été J. A. Swieca, Sao Paulo, 25 janvier- 6 février 1993*, édité par F. Navarra et D. Menezes, World Scientific, Singapour, 1994
- [11] D. Vautherin et N. Vinh Mau (1984), *Nuclear Physics* **A422**,140
- [12] N. Vinh Mau (1992), *Nuclear Physics* **A548**,381
- [13] N. Vinh Mau (1993), *Comptes- Rendus du second groupe de travail sur le detecteur TAPS, Guardamar, juin 1993*