

# Introduction à la diffusion inélastique des leptons

G. Smadja

► **To cite this version:**

G. Smadja. Introduction à la diffusion inélastique des leptons. École thématique. Ecole Joliot Curie "Matière hadronique ou..aujourd'hui et demain avec des électrons", Maubuisson, (France), du 14-19 septembre 1992 : 11ème session, 1992. cel-00648077

**HAL Id: cel-00648077**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00648077>**

Submitted on 5 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Introduction a la diffusion inelastique des Leptons

G. Smadja

IPN Université Claude Bernard (Lyon 1)

43 Bd du 11 Novembre 1918

F69622 Villeurbanne Cedex (France)

## 1 Introduction

La diffusion leptons-nucleon a grands transferts d'impulsion permet d'aborder plusieurs aspects de la physique des quarks:

- la distribution des differentes saveurs de quarks dans le nucleon.
- la distribution des gluons et la mesure de la constante de couplage fort  $\alpha_s$ .

Ces informations constituent le point de depart de nombreuses analyses theoriques concernant aussi bien les hadrons que les theories unifiees. Elles ont aussi un aspect utilitaire en ce qui concerne la prediction des sections efficaces a tres haute energie.

## 2 Historique

La premiere analyse de distribution de charge par diffusion elastique est celle de Rutherford, lorsqu'il met en evidence l'existence d'une charge ponctuelle centrale dans les atomes par diffusion de particules  $\alpha$ .

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\mu^2 \left(\frac{\alpha}{Q^2}\right)^2$$

A plus grands transferts, les experiences systematiques de Hofstadter [1] mettent au contraire en evidence la nature complexe du nucleon par la presence de facteurs de forme qui modifient la dependance en moment transfere  $Q^2$ .

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{Q^2}\right)^2 \frac{E'}{E} \left( F^2 \cos^2(\theta/2) + G_M^2 \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2(\theta/2) \right)$$

$$F^2 = \frac{(G_E^2 + G_M^2)}{1 + Q^2/4M^2}$$

$$G_E(Q^2) = (1 + Q^2/0.71)^{-2}$$

Cette dependance dipolaire correspond approximativement a une forme exponentielle de la distribution de charge. La decroissance en moment transfere est alors :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto (Q^2)^{-6}$$

Pour la production d'un nombre fini de resonances avec leurs facteur de forme, dans une diffusion INELASTIQUE, on s'attendait a des variations en  $(Q^2)^{-n}$ , avec  $n \sim 6$ . Les resultats des experiences de diffusion inelastique a grands transferts effectuees a SLAC impliquent au contraire  $n = 2$ , suggerant la presence d'objets ponctuels; les partons, ulterieurement identifies aux quarks.

La diffusion inelastique inclusive est caracterisee par les variables  $Q^2 = (k - k')^2$  et  $\nu = (E - E')$ , l'energie du photon virtuel, qui ont deja ete presentees dans les cours de V. Breton et H. Fonvieille. On peut cependant donner aux variables  $x = Q^2/2M\nu$  et  $y = \nu/E$  une forme qui rend leur invariance de Lorentz explicite:

$$x = \frac{q \cdot P_q}{q \cdot P} \sim \frac{p_q}{P}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} \sim \frac{q}{P}$$

les quadrivecteurs  $p_q, k,$  et  $P$  sont respectivement les impulsions du parton  $q,$  du lepton initial, et du nucleon cible.

### 3 Diffusion sur une particule ponctuelle

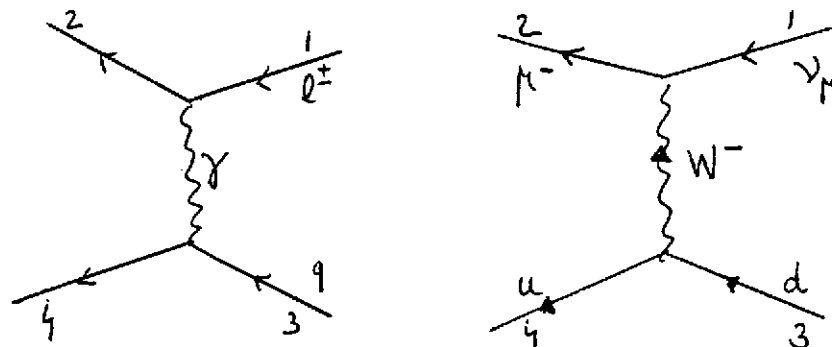


fig. 1 *diffusion electromagnetique lepton-quark. b) diffusion neutrino-quark*

#### 3.1 Interaction electromagnetique

a) pour le spin 1/2

l'amplitude et la section efficace d'associees au diagramme de la figure 1 a) sont :

$$T = \frac{e^2 e_q}{Q^2} \bar{u}_4 \gamma^\mu u_3 \bar{u}_2 \gamma_\mu u_1$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2}{s} \left( \frac{\alpha}{Q^2} \right)^2 e_q^2 [(p_1 \cdot p_3)^2 + (p_2 \cdot p_3)^2]$$

avec l'approximation  $m_q = m_l = 0$ . L'énergie dans le centre de masse est  $\sqrt{s}$ ,  $s = (p_1 + p_3)^2 = 2p_1 \cdot p_3$ . On va introduire la variable  $y$  déjà mentionnée :

$$y = \frac{\nu}{E} = \frac{p_3 \cdot q}{p_3 \cdot p_1} = 1 - \frac{p_2 \cdot p_3}{p_1 \cdot p_3}$$

La section efficace différentielle s'écrit alors

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{Q^2} \right)^2 [1 + (1 - y)^2]$$

Cette dépendance en  $y$  est caractéristique d'un spin 1/2, et persistera lorsque des gluons seront rayonnés dans l'interaction.

b) pour un spin 0

Le courant correspondant à la particule 'cible' de la figure 1 a) est maintenant  $e_s(p_3 + p_4)_\mu$

$$T = \frac{e^2 e_s}{Q^2} (p_3 + p_4)_\mu \bar{u}_2 \gamma^\mu u_1$$

et la section efficace

$$\frac{d\sigma_s}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha e_s}{Q^2} \right)^2 (1 - y)$$

On voit que la diffusion relativiste permet de différencier le spin du parton cible en analysant la distribution angulaire ou la distribution d'énergie. Dans la diffusion à petit angle, lorsque  $y \rightarrow 0$ , la section efficace est la même dans les deux cas.

### 3.2 La diffusion des neutrinos

la diffusion des neutrinos sur une cible hadronique est caractérisée par la sélectivité de leurs interactions:

$$\begin{aligned} \bar{\nu} u &\rightarrow \mu^+ d & \nu d &\rightarrow \mu^- u \\ \bar{\nu} \bar{d} &\rightarrow \mu^+ \bar{u} & \nu \bar{u} &\rightarrow \mu^- \bar{d} \end{aligned}$$

ainsi que des réactions analogues sur les quarks  $c$  et  $s$ . Le diagramme de la figure 1 b) décrit une interaction typique. L'amplitude correspondante ne dépend que de la constante de Fermi  $G_F$  tant que les effets de propagateur sont négligeables, ce qui est le cas dans tout le domaine aujourd'hui accessible.

$$T = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}_4 \gamma^\mu (G_V - G_A \gamma^5) u_3 \bar{u}_2 \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma^5) u_1$$

Les constantes  $g_V$  et  $g_A$  se rapportent aux leptons; et alors que  $g_V$  vaut 1,  $g_A$  vaut +1 pour les neutrinos, et -1 pour les antineutrinos. Les constantes  $G_V$  et  $G_A$  sont égales pour des quarks (pas pour les nucléons!), mais dépendent des saveurs considérées par l'intermédiaire de l'angle de Cabibbo, que nous ne discuterons pas ici. Comme pour les

leptons,  $G_A = -1$  pour les antiquarks. La section efficace est obtenue directement:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2G_F^2}{s} 2(G_A^2 + G_V^2)[(p_1 \cdot p_3)^2 + (p_2 \cdot p_3)^2] + 4G_A G_V g_A g_V [(p_1 \cdot p_3)^2 - (p_2 \cdot p_3)^2]$$

le premier crochet est proportionnel a  $[1 + (1 - y)^2]$ , terme deja present dans la diffusion electromagnetique. le second , qui depend du produit  $G_A G_V$  implique la violation de la parite, et est proportionnel a  $[1 - (1 - y)^2]$ . Il est specifique d'une interaction faible. Du fait de l'egalite de  $G_A$  et  $G_V$ , on observera deux formes differentes pour la dependance en  $y$  :

- pour  $\nu q$  et  $\bar{\nu} \bar{q}$

$$\frac{d\sigma}{dy} \sim C^{ste}$$

- pour  $\bar{\nu} q$  et  $\nu \bar{q}$

$$\frac{d\sigma}{dy} \sim (1 - y)^2$$

La mesure de la section efficace differentielle en fonction de  $y$  dans les interactions neutrino Fer met directement en evidence cette propriete de la section efficace sur la figure 2 . Alors qu'avec un faisceau de neutrinos, les quarks, plus nombreux, donnent une distribution presque independante de  $y$ , avec une petite contribution  $(1 - y)^2$  due a la mer des antiquarks du nucleon, l'inverse se produit avec les antineutrinos. Bien entendu, cette interpretation de la figure 2 anticipe sur le modele des partons que nous allons presenter.

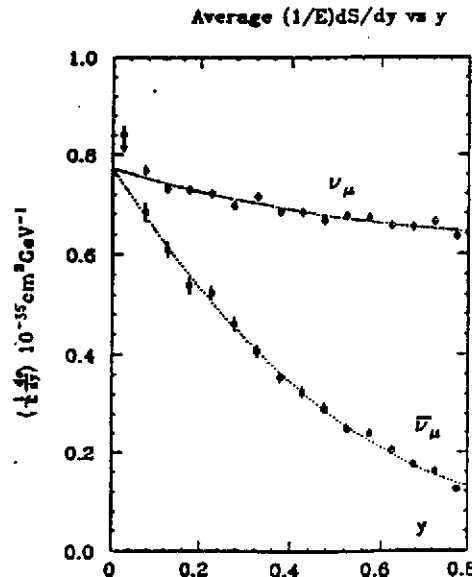


fig. 2 la section efficace  $d\sigma/dy$  pour les diffusions neutrino-nucleon, antineutrino-nucleon.

## 4 Le modele des partons

### 4.1 la section efficace

Dans le modele des partons, la diffusion inelastique a grand transfert correspond au schema de la figure 3 a), qui n'est pas un diagramme de Feynmann puisqu'il represente

pour l'essentiel une hypothese de factorisation de la section efficace. Le nucleon est constitue de partons (quarks) avec une probabilite de distribution  $f_i(x_p)$ , et la section efficace peut s'ecrire:

$$d\sigma = \sum_{i=1}^n [f_i(x_i) dx_i] \left[ \frac{d\sigma_i}{d\Omega} \right]$$

Cette factorisation est justifiee par le developpement a courte distance de Wilson [2], qui postule que dans la region 'Euclidienne', c'est a dire ou toutes les composantes des impulsions ainsi que les masses  $m^2 = p^2$  sont grandes, elle a lieu. On peut ensuite etendre le resultat a la zone cinematiquement accessible. l'expression de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  a deja ete donnee, mais on doit prendre en compte l'espace de phase du parton final d'impulsion  $p'$ , ainsi que le lepton final. Il en resulte un facteur:

$$\int dx_i f_i(x_i) \frac{d^3 k'}{2E'} \int d^4 p' \delta((x_i P + q)^2) \delta_4(x_i P + q - p') = \frac{d^3 k' \delta(x - x_i)}{2E' 2M\nu}$$

on obtient ainsi la section efficace differentielle du modele des partons de charge  $e_i$  :

$$d^2\sigma = 4\pi \left( \frac{\alpha e_i}{q^2} \right)^2 (k_1 \cdot p_3) [1 + (1-y)^2] dx dy$$

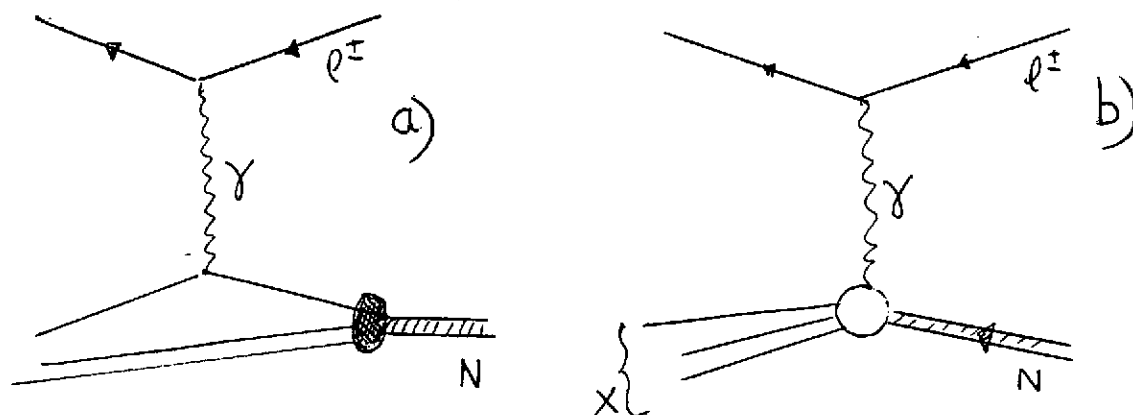


fig. 3 a) L'hypothese de factorisation du modele des partons. b) Le diagramme de Feynman correspondant a l'etat final X

## 4.2 Raffinements cinematiques

la proportionalite supposee entre les impulsions du parton et du nucleon ( $p_i = x_i P$ ) ne peut etre exacte : leurs masses sont differentes et dans un rapport constant. Le calcul precedent supposait en realite  $x_i = q \cdot p_i / q \cdot P$ . Cette formule est cependant illogique:  $f_i(x_i)$ , qui caracterise la distribution du parton  $i$  dans le nucleon devrait etre isotrope, et ne pas dependre de  $q$ . on peut en suivant [3] utiliser une distribution caracterisee par  $f(P \cdot \tilde{p}_i / M^2)$ , avec :

$$f_i(x) = \frac{\pi}{2} \int dp_T^2 f(P \cdot \tilde{p} / M^2)$$

Les effets observes semblent rendre compte d'une partie des ecart a petits transferts entre donnees et predictions, mais les formules employees se compliquent sensiblement,

sans que la lourdeur des expressions soit justifiée d'une manière convaincante sur le plan théorique.

## 5 Les fonctions de structure

### 5.1 Electromagnetisme

l'amplitude de transition associée au diagramme de la figure 3 b) est définie pour un état final  $X$  spécifique, et vaut :

$$iT = (-ie)^2 \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \langle k'|j_l(0)^\mu|k \rangle \langle X|J^\nu(0)|P \rangle$$

avec  $\langle k'|j^\mu(0)|k \rangle = u(\bar{k}')\gamma^\mu u(k)$  et  $\bar{u}u = 2m$

les éléments de matrice des deux courants au point  $x$  s'obtiennent par translation:

$$\langle k'|j_l^\mu(x)|k \rangle = e^{-iq \cdot x} \langle k'|j_l(0)|k \rangle$$

$$\langle X|J^\nu(x)|P \rangle = e^{iq \cdot x} \langle X|J(0)|P \rangle$$

La section efficace différentielle inclusive prend la forme :

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{4kM} \sum_X \int \frac{d^3k'}{2E'(2\pi)^3} \delta_4(k + P - k' - P_X) |M_X|^2$$

L'hermiticité du courant électromagnétique (neutre) implique:

$$\langle \beta|j|\alpha \rangle^* = \langle \alpha|j|\beta \rangle$$

$$d\sigma = \frac{1}{4kM} \left(\frac{e^2}{Q^2}\right)^2 \sum_X \int \frac{d^3k'}{2E'(2\pi)^3} 4\pi W^{\mu\nu} l_{\mu\nu}$$

$$l_{\mu\nu} = 2(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu}(k \cdot k' - m^2))$$

$$4\pi W^{\mu\nu} = \sum_X (2\pi)^4 \delta_4(p + q - p_X) \langle P|J^\mu(0)|X \rangle \langle X|J^\nu(0)|P \rangle$$

le produit  $J^\mu J^\nu$  peut être remplacé par le commutateur  $[J^\mu(x), J^\nu(0)]$  car seul le premier terme contribuera. On trouve alors :

$$W^{\mu\nu}(P, q) = \frac{1}{4\pi} \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle P|[J^\mu(x), J^\nu(0)]|P \rangle$$

L'avantage du commutateur est qu'il a de bonnes propriétés d'analyticité et qu'il se prête à diverses applications comme l'algèbre des courants. La covariance de Lorentz, combinée à la conservation du courant électromagnétique et à la conservation de la parité n'autorise que deux fonctions scalaires de Lorentz;

$$W^{\mu\nu} = F_1(x, q^2) \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu}\right) + F_2(x, q^2) \left(P^\mu - q^\mu \frac{P \cdot q}{q^2}\right) \left(P^\nu - q^\nu \frac{P \cdot q}{q^2}\right)$$

Les fonctions scalaires  $F_1$  et  $F_2$  sont reelles. L'expression precedemment ecrite de  $l_{\mu\nu}$  permet de trouver la section efficace:

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = 4\pi s \left(\frac{\alpha}{Q^2}\right)^2 [xy^2 F_1 + (1-y)F_2]$$

qui peut etre identifiee a l'expression trouvee dans le modele des partons :

$$\frac{d^2\sigma^i}{dxdy} = 2\pi s \left(\frac{\alpha e_i}{Q^2}\right)^2 f_i(x) [1 + (1-y)^2]$$

Les fonctions de structure  $F_1(x, Q^2)$  et  $F_2(x, Q^2)$  peuvent ainsi s'exprimer a l'aide des  $f_i(x)$  :

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x)$$

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(x)$$

et la relation  $F_2 = 2xF_1$ , caracteristique d'une diffusion sur des constituants de spin 1/2 en decoule.

## 5.2 Les fonctions de structure en diffusion de neutrinos

Dans le cas de la diffusion de neutrinos ,ni la conservation du courant hadronique ,ni la conservation de la parite ne sont requises. De nouveaux tenseurs covariants sont legitimes,et l'expression de la section efficace inclusive laisse apparaitre une troisieme fonction de structure  $F_3$ :

$$\frac{d\sigma^\nu}{dxdy} = \frac{G_F^2 ME}{\pi} [y^2 x F_1^\nu + (1-y)F_2^\nu + y(1-y/2)F_3^\nu]$$

La section efficace  $d\sigma^\nu$  s'exprime de maniere semblable en fonction de  $F_1^\nu$ ,  $F_2^\nu$ , et  $x F_3^\nu$ , mais par convention, on fait figurer  $F_3^\nu$  avec le signe -. Le modele des partons predit une section efficace

$$\frac{d\sigma^\nu}{dxdy} = 2 \frac{G_F^2 ME}{\pi} x [d + \bar{u}(1-y)^2 + \dots]$$

avec l'identification correspondante:

$$\begin{array}{ll} F_2^{\nu p} = 2x(d + \bar{u}) & F_2^{\nu n} = 2x(u + \bar{d}) \\ F_1^{\nu p} = (d + \bar{u}) & F_1^{\nu n} = (u + \bar{d}) \\ F_3^{\nu p} = 2(d - \bar{u}) & F_3^{\nu n} = 2(u - \bar{d}) \end{array}$$

Pour les antineutrinos, nous ne citerons que  $F_2$  et  $F_3$ :

$$\begin{array}{l} F_2^{\bar{\nu} p} = 2x(u + \bar{d}) \\ F_3^{\bar{\nu} p} = 2(u - \bar{d}) \end{array}$$



La section efficace de diffusion sur nucleon est la moyenne des sections efficace sur neutron et proton, et c'est en general elle qui est experimentalement accessible, lorsque la cible est un noyau de silice ou de fer. on obtient alors:

$$F_3^N = (u + d - \bar{u} - \bar{d}) = q - \bar{q}$$

$$F_2^N = x(u + d + \bar{u} + \bar{d})$$

Les differences  $u_v = u - \bar{u}$ ,  $b_v = b - \bar{b}$ , sont les contributions de valence.

La contribution de la 'Mer' de quarks et antiquarks est la difference pour chaque saveur entre  $q_i$  et  $q_{i\bar{v}}$ . Les spectres de Mer et de Valence obtenus dans differentes experiences neutrinos sont representes sur la figure 4.

L'une des plus belles predictions du modele des partons concerne le rapport des fonctions de structure trouvees dans les deux cas. Il resulte des formules precedentes que si l'on neglige la contribution des quarks  $c$  et  $s$  a la Mer, le rapport est donne par la moyenne des charges  $e_i^2$  des quarks, divisee par 2, soit

$$F_2^\mu = \frac{5}{18} F_2^\nu$$

La figure 5 de [4] montre que cette prediction est remarquablement bien verifiee par l'ensemble des experiences de SLAC ( $eN$ ), BCDMS ( $\mu D$ ), CCFRR ( $\nu Fe$ ). Des experiences plus anciennes CDHS ( $\nu Fe$ ), et EMC ( $\mu Fe$ ), moins precises etaient en accord l'une avec l'autre, mais avec des valeurs sensiblement differentes. On peut conclure a ce niveau que la prediction du modele des partons est verifiee a mieux de 5%.

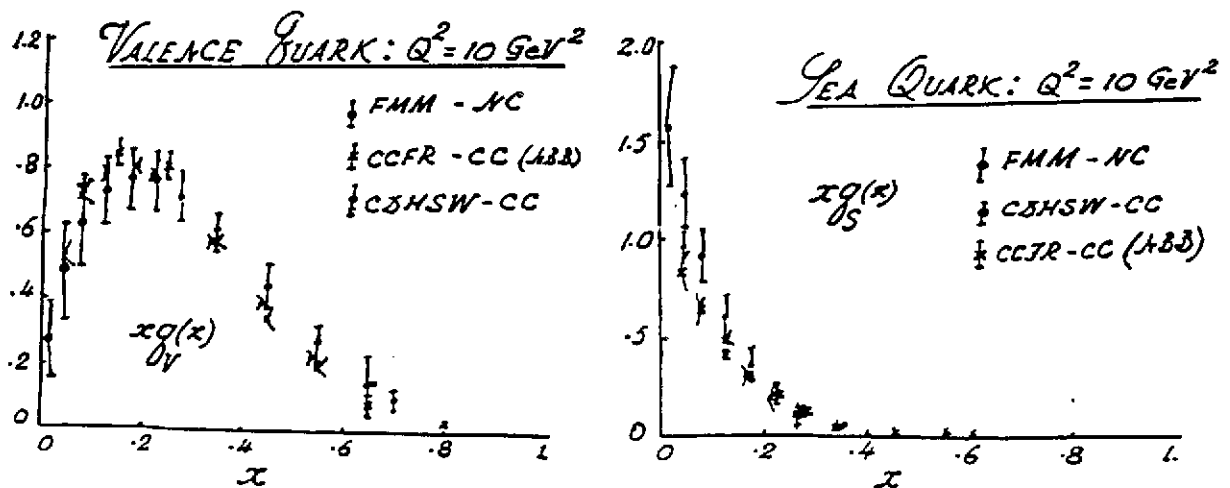


fig. 4 a) Distribution des quarks de valence . b) distribution des quarks de la mer

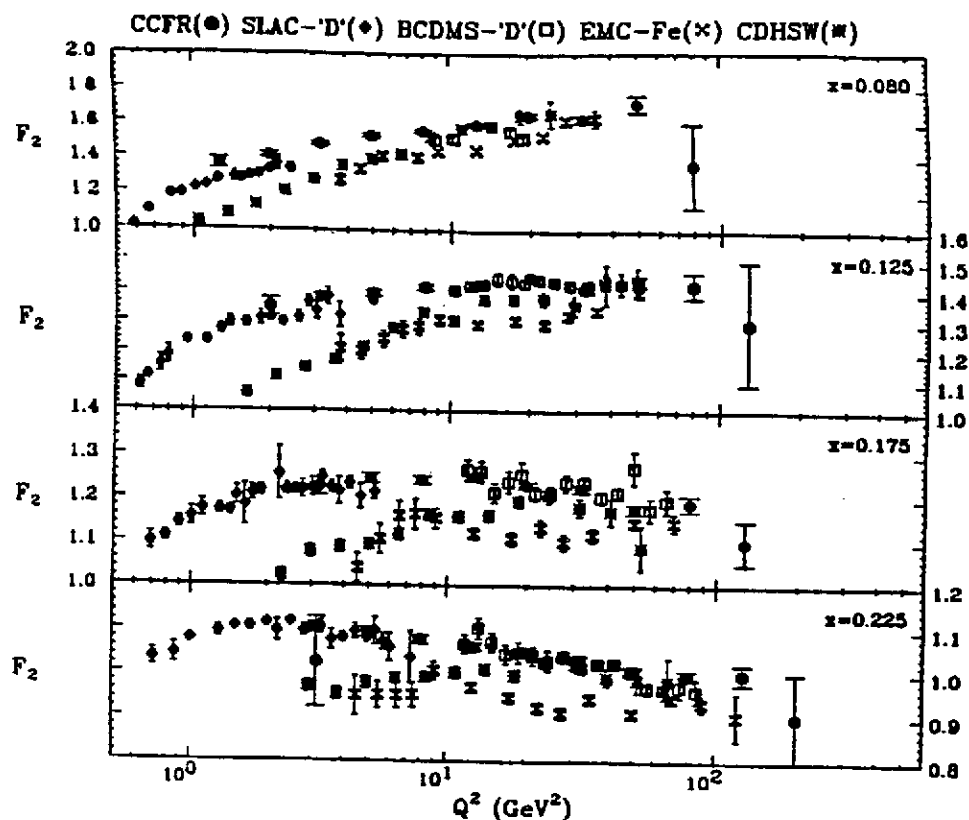


fig. 5 Comparaison des fonctions de structure  $F_2$  en diffusion  $\nu N$  et  $l^\pm N$ , apres multiplication par  $5/18$

## 6 Les saveurs dans le nucleon

En combinant les mesures effectuees avec differents types de cibles, ( $H_2, D$  ou cibles nucleaires), et differents etats finals (multimuons), on parvient a separer les contributions des differents saveurs.

### 6.1 $u$ et $d$

a) diffusion de leptons charges (muons)

la diffusion de muons ou d'electrons sur des cibles d'hydrogene et de Deuterium permet d'extraire  $F_2^p$  et  $F_2^n$  par soustraction. compte tenu des facteurs  $e_q^2$  qui ponderent les diverses distributions, le rapport des deux fonctions de structure est:

$$\frac{F_2^{\mu n}}{F_2^{\mu p}} = \frac{1 + 4d/u}{4 + d/u}$$

On a négligé dans cette expression la contribution des quarks de la mer, elle n'est donc utilisable que pour  $x > \sim 0.3$  lorsque  $x \rightarrow 1$ , on voit sur la figure 6 que  $F_2^n/F_2^p$  décroît. Si  $d/u \sim (1-x)$  comme on peut le soupçonner ([5]), le rapport doit tendre vers 0.25, ce qui est compatible avec les données.

b) les mesures avec neutrinos

Les expériences effectuées avec des  $\nu$  et  $\bar{\nu}$  sur des cibles d'hydrogène et de deutérium permettent de séparer les contributions de la mer et de la valence. Ces cibles ne fournissent malheureusement qu'une statistique assez limitée, leur poids n'excédant pas quelques dizaines de tonnes (plusieurs milliers pour les détecteurs à cible lourde). L'analyse en  $x$  des différentes saveurs n'autorise pas l'étude des contributions mer et valence à partir de la distribution de  $y$  pour chaque bin de  $x$ . Les 4 sections efficaces accessibles permettent ainsi de déterminer  $u_\nu, d_\nu$ , et les deux combinaisons

$$\bar{u} + 3/4s$$

$$\bar{d} + 3/4s$$

représentées sur la figure 7.

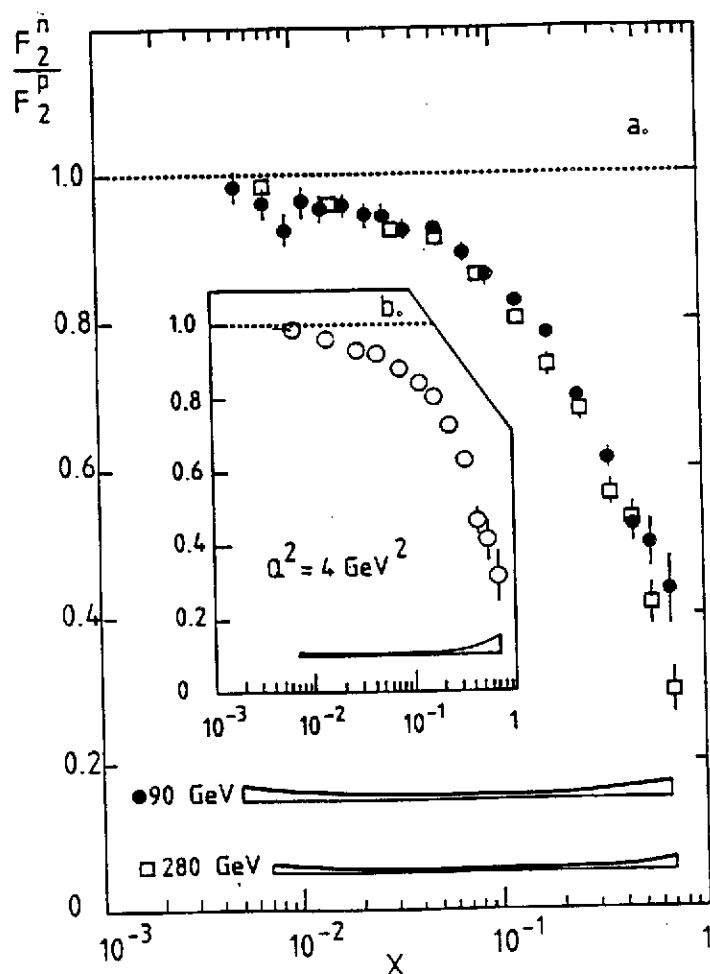


fig. 6 Le rapport  $F_2^n/F_2^p$  en diffusion de muons

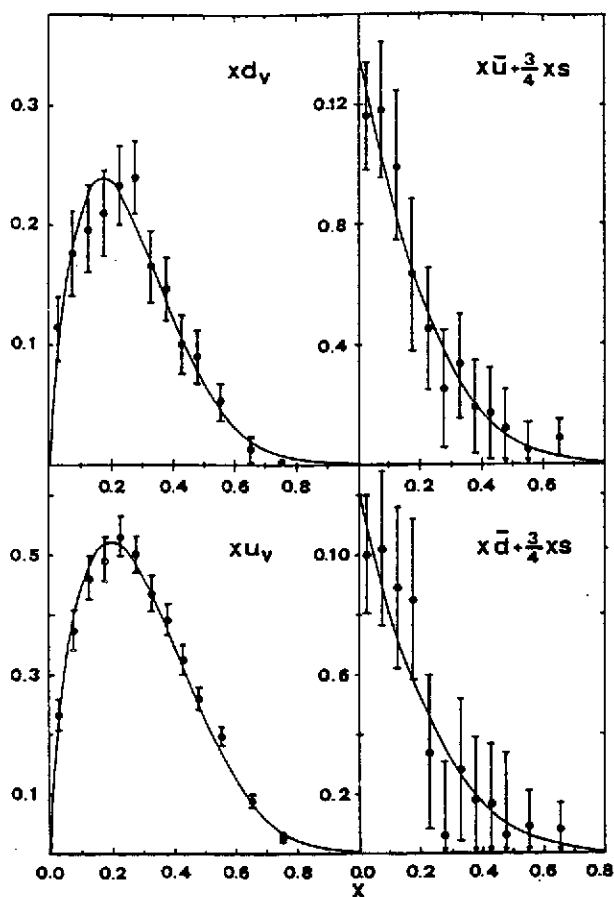


fig. 7 Les fonctions  $u_v, d_v, \bar{u} + 3/4s, \bar{d} + 3/4s$ , en diffusion  $\nu$ deuterium

### 6.2 la Mer etrange

C'est l'analyse des multimuons dans les interactions neutrinos qui permet de determiner la Mer etrange  $s(x)$ . L'interaction fondamentale est

$$\nu + s \rightarrow \mu^- c$$

avec la cascade  $c \rightarrow (D, D^*, \Lambda_{cs})$

puis la desintegration du charme:  $c \rightarrow \mu^+ s X$

On aboutit a l'etat final  $\mu^+ \mu^- X$  Le taux de ces evenements mesure directement:

$$[s(x).V_{cs}^2 s(x) + V_{cd}^2 d(x)] Br(c \rightarrow \mu)$$

La figure 8 montre la distribution de cette saveur s en neutrino et antineutrino. Le rapport de la mer etrange a la mer sera

$$\kappa = \frac{2s}{\bar{u} + \bar{d}}$$

Les donnees experimentales suggerent  $\kappa = 0.5 \pm 0.1$

### x-Distribution of Neutrino Dimuons

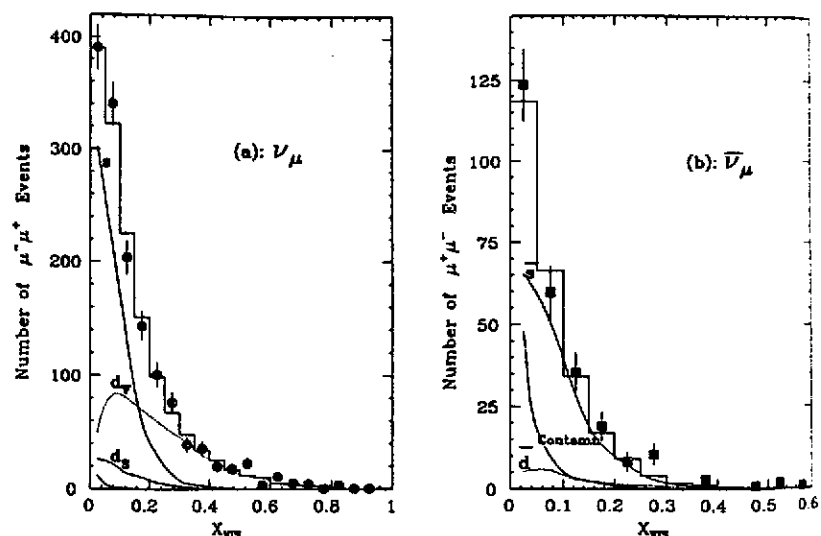


fig. 8 a) la distribution du quark  $s(x)$  en interaction  $\nu$ . b) Celle de  $\bar{s}$  en  $\bar{\nu}$

## 7 Les regles de somme

Nous ne citerons que trois regles de somme simples et importantes. Elles permettent de verifier dans le detail diverses predictions du modele des partons. Certaines de ces predictions sont toutefois plus generales.

### 7.1 l'impulsion

La somme des impulsions de tous les partons contenus dans le nucleon doit etre egale a l'impulsion du proton. Comme il y a d'autres constituants que les quarks, a savoir les gluons, on s'attend a ce que la somme des impulsions des quarks, observes dans une diffusion leptonique, soit plus petite que l'impulsion du nucleon. Les analyses recentes de NMC donnent

$$\sum_i \int_0^1 x(q_i + \bar{q}_i) dx = 0.56 \pm 0.02$$

La meme experience determine  $G(x)$  par l'analyse des violations d'echelle (voir plus loin):

$$\int_0^1 x(q(x) + \bar{q}(x) + G(x)) = 1.03 \pm .04$$

C'est un test assez remarquable de la coherence d'ensemble du modele des partons et des equations d'evolution decrivant l'effet de la renormalisation de QCD (voir plus loin).

## 7.2 Gottfried

Dans le cadre du modele des partons, on predit la relation suivante entre  $F_2^p$  et  $F_2^n$

$$\int_0^1 (F_2^{\mu p} - F_2^{\mu n}) \frac{dx}{x} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \int_0^1 (\bar{u} - \bar{d}) dx$$

le resultat ,significativement inferieur a  $1/3$  , vaut

$\frac{1}{3}(.73 \pm .05 \pm .03)$  et implique  $\bar{u} < \bar{d}$  . La mer n'est pas symetrique en  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$ ,et ceci suggere un nuage de pions sautour du proton.

## 7.3 Gross-Llewellyn-Smith

On a vu que la fonction de structure  $x F_3^N$  etait la difference entre la somme des contributions des quarks et des antiquarks:

$$F_3^N = q(x) - \bar{q}(x) \text{ avec } q = \sum_i q_i(x)$$

Il en resulte que si l'on integre sur toutes les valeurs de  $x$ , la contribution de la Mer va s'annuler dans  $F_3$  . L'integrale de  $F_3$  compte les quarks de valence, c'est a dire le nombre baryonique du nucleon a un facteur 3 pres. Les corrections de vertex de QCD prennent en compte la radiation de gluons dans l'etat final et modifient legerement ce resultat.

$$S_{GLS} = \int_0^1 F_3^N(x) dx = 3(1 - \frac{\alpha_s}{\pi})$$

ou  $\alpha_s$  est la constante de couplage fort. La necessite d'integrer sur la region des  $x$  petits oblige a choisir un  $Q^2$  assez faible ( $Q^2 \sim 3 GeV^2$ ), avec  $\alpha_s(Q^2) = .25$  Les resultats recents de l'experience CCFRR de diffusion neutrino  $S_{GLS} = 2.66$  sont en excellent accord avec la prediction de QCD  $S_{GLS} = 2.63$  .

# 8 Fonctions de structure et photoproduction

## 8.1 la diffusion $\gamma^* p$

Si l'on isole du diagramme usuel de la diffusion inelastique (figure 4) la partie concernant le vertex hadronique ,on peut definir l'amplitude associee a la diffusion d'un photon virtuel et la section efficace correspondante.

$$T = e \langle X | j^\mu(0) | p \rangle A^\mu$$

$$\sigma_{\gamma^*} = e^2 \frac{(2\pi)^4}{4M\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \sum_X \delta_1(P) \langle X | j^\nu(0) | p \rangle^* \langle X | j^\mu(0) | p \rangle A_\nu^* A_\mu$$

On voit reapparaitre le tenseur hadronique  $W^{\mu\nu}$  ,ce qui permet d'exprimer la section efficace differentielle de diffusion d'un photon virtuel sous la forme

$$\sigma_{\gamma^*} = \frac{e^2 4\pi}{M\sqrt{\nu^2 + Q^2}} W^{\mu\nu} A_\mu A_\nu^*$$

avec  $e^2 = 4\pi\alpha$  En choisissant pour  $A_\mu$  des 4-vecteurs decrivant des polarisations trans-  
verses et longitudinales, on obtient les sections efficaces differentielles de photoproduc-  
tion transverses et longitudinales.

$$A_T^\mu = (0, 1, 0, 0) \quad \text{ou} \quad (0, 0, 1, 0)$$

$$A_L^\mu = ((1 + \nu^2/Q^2)^{1/2}, 0, 0, \nu/\sqrt{Q^2})$$

$$A_L \cdot A_L = 1 \text{ et } q \cdot A_L = 0$$

$$\sigma_T = \frac{(4\pi)^2 \alpha}{M\sqrt{Q^2 + \nu^2}} \left( F_1 \left( \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu} \right) + \frac{F_2}{P \cdot q} \left( P_\mu - \frac{P \cdot q q_\mu}{q^2} \right) \left( P_\nu - \frac{P \cdot q q_\nu}{q^2} \right) \right) A_T^\mu A_{T*}^\nu$$

$\sigma_T = \frac{4\pi^2 \alpha}{M\sqrt{Q^2 + \nu^2}} F_1$        $\sigma_L = \frac{4\pi^2 \alpha}{M\sqrt{Q^2 + \nu^2}} \left( (1 + \frac{\nu^2}{Q^2}) \frac{M}{\nu} F_2 - F_1 \right)$  Le rapport des sections  
efficaces longitudinales et transverses est une grandeur experimentale importante qui  
caracterise le spin des partons:

$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$  est nul pour des partons de spin 1/2 et infini pour des partons scalaires.

$$R = \frac{(1 + 4M^2 x^2 / Q^2) F_2}{2x F_1} - 1$$

La fonction d'onde longitudinale  $F_L = F_2 - 2xF_1$  n'est pas nulle mais proportionnelle a  
 $\alpha_s$ , dans QCD, a cause du rayonnement de gluons.

## 8.2 Faisceau de photons equivalents

On va reexprimer la section efficace differentielle inclusive a l'aide de  $\sigma_T$  et  $\sigma_L$  :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi}{\nu} \left( \frac{\alpha}{Q^2} \right)^2 [xy^2 F_1 + (1-y)F_2]$$

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \Gamma_T (\sigma_T + \epsilon \sigma_L)$$

$\Gamma_T$ : flux de photons virtuels

$$\epsilon \sim \frac{2(1-y)}{1+(1-y)^2}$$

Quand  $Q^2 \rightarrow 0$ , a  $\nu$  fixe, on se rapproche des conditions de la photoproduction par un  
photon reel ( $Q^2 = 0$ ) d'energie  $\nu$ . On s'attend donc a ce que seule  $\sigma_T$  contribue:

$$\Gamma_T \sim \frac{\alpha}{2\pi} [1 + (1-y)^2]$$

$$\sigma_T \sim \frac{4\pi^2 \alpha}{M\nu} F_1 \sim \sigma_\gamma$$

$$\sigma_L \sim \frac{4\pi^2 \alpha}{M\nu} \left[ \left( 1 + \left( \frac{\nu^2}{Q^2} \right) \frac{M}{\nu} F_2 - F_1 \right) \right] \rightarrow 0$$

$F_2$  doit donc avoir un zero pour  $Q^2 = 0$ , comme le suggere d'ailleurs la relation  $F_2 = 2xF_1$   
pour une cible de quarks. On postule qu'il est alors legitime de negliger  $\sigma_L$ . Il serait  
facile de le verifier explicitement pour quelques exemples simples. Bien entendu, cette  
hypothese est completement fausse pour la diffusion d'un photon sur un constituant  
scalaire, qui implique  $\sigma_T = 0$ . C'est  $\sigma_L$  qu'il faudrait factoriser dans ce cas. L'expression

obtenue pour la section efficace differentielle aux petites valeurs de  $Q^2$  prend alors une forme simple a interpreter:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{[1 + (1-y)^2]}{\nu} \frac{1}{Q^2} \sigma_\gamma(Q^2)$$

Le faisceau d'electrons se comporte dans cette region comme une source de photons ayant une distribution de la forme :

$$\frac{dN^\gamma}{dQ^2 d\nu} = t_{eq} \frac{1}{Q^2 \nu}$$

on retrouve ainsi la decroissance familiere en  $\frac{1}{\nu}$  des spectres de rayonnement de freinage. Le facteur  $t_{eq} = \frac{\alpha}{2\pi}(1 + (1-y)^2)$  est la longueur de radiation equivalente, qui definit la normalisation. Grace au zero a  $Q^2 = 0$  dissimule dans  $F_2$ , la singularite initiale en  $(Q^2)^{-2}$  a laisse place a une singularite plus douce en  $(Q^2)^{-1}$ .

En pratique, on integrera souvent sur  $dQ^2$  pour obtenir la section efficace totale a l'energie  $\nu$ .

$$\frac{d\sigma}{d\nu} = \frac{\alpha}{2\pi\nu} [1 + (1-y)^2] \int_{Q^2_{min}}^{Q^2_{max}} \frac{dQ^2}{Q^2} \sigma_\gamma(Q^2)$$

Pour des energies suffisamment grandes,  $Q^2_{min}$  va etre de l'ordre de grandeur de  $2m_e^2 y^2$ , ou  $m_e$  est la masse de l'electron, et  $y = \nu/E$  la fraction d'energie emportee par le photon. En general  $\sigma_\gamma$  va tendre vers une constante lorsque  $Q^2 \rightarrow 0$ . Si la decroissance de  $\sigma_\gamma(Q^2)$  est caracterisee par une masse  $M_h^2$ , Il apparait ainsi une singularite logarithmique en  $\log(m_e/M_h)$ . Au contraire, En l'absence de facteur de forme,  $M_h^2 = 2ME = s$ . des singularites analogues en  $\log(m_e/E)$  vont se manifester dans tous les problemes de rayonnements, que ce soit QED ou QCD. Les petites masses seront alors celles des leptons ou des quarks, et donnent comme precedemment naissance a des logarithmes qui caracterisent les 'violations d'echelle' de QED ou QCD.

## 9 Les violations de l'invariance d'echelle

### 9.1 Generalites

Le modele des partons presente precedemment prevoit que les fonctions de structure  $F_1(x, Q^2)$ , et  $F_2(x, Q^2)$  sont independantes de  $Q^2$ . Ce comportement est en fait impossible en theorie des champs, a cause des effets radiatifs qui introduisent des termes logarithmiques. La figure 9 qui represente la variation de  $F_2(x, Q^2)$  en fonction de  $Q^2$  a  $x$  donne montre clairement que l'experience confirme la presence de ces effets radiatifs. Contrairement au cas examine dans le chapitre precedent, il s'agit maintenant de la radiation de gluons (ou de photons) reels. Les gluons sont en fin de compte virtuels, mais ceci ne joue pas de role dans l'analyse qui suit, et le cas plus familier de QED permet de comprendre plus facilement l'origine des effets consideres. Appliquee a QCD, l'analyse des violations d'echelle donne acces a deux grandeurs importantes:

- la distribution des gluons dans le nucleon



- la mesure de  $\alpha_s$ , la constante de couplage fort.

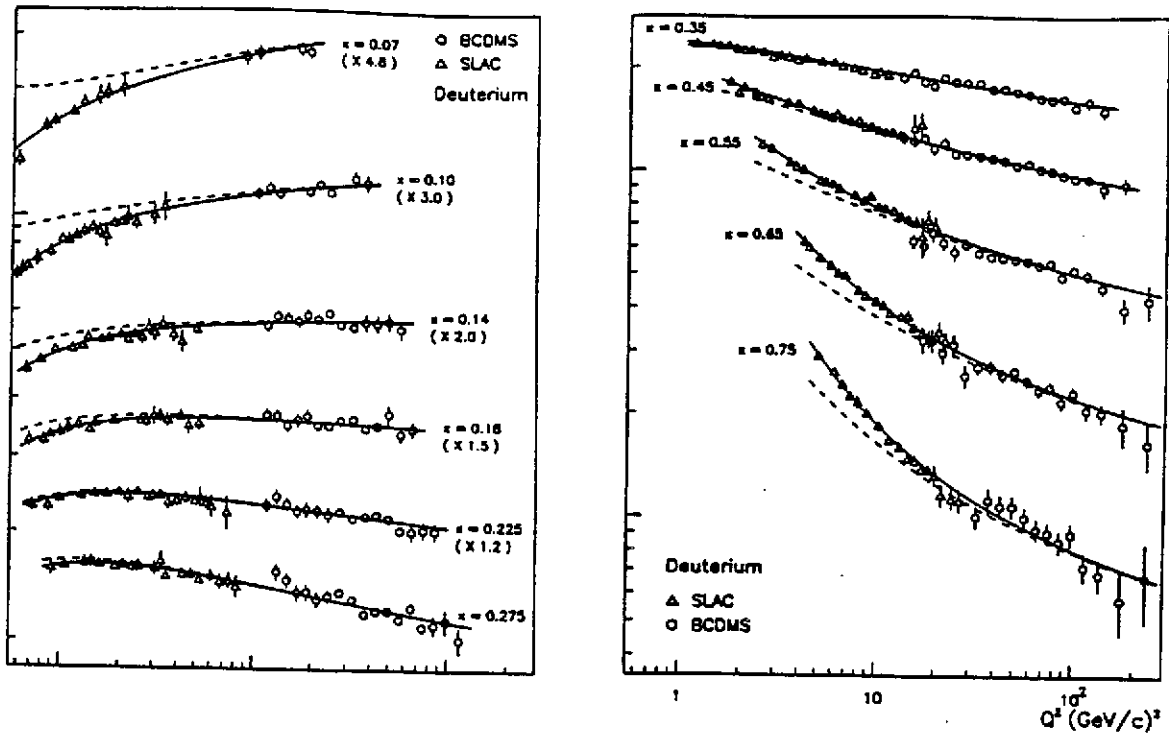


fig. 9 La fonction  $F_2(x, Q^2)$  determinee en diffusion inelastique de muons (BCDMS) et d'electrons (SLAC).

## 9.2 Le cas de l'electromagnetisme-emission d'un photon

On considere maintenant l'interaction d'un faisceau d'electrons avec une cible quelconque.

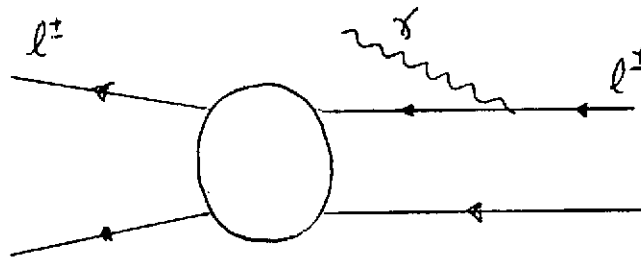


fig. 10 Radiation d'un photon dans l'interaction d'un electron avec une cible.

L'emission de photons REELS par rayonnement de freinage dans les interactions est decrite par le diagramme de la figure 10, le meme que celui qui intervenait dans l'emission du photon virtuel dans la diffusion inelastique, mais dans la nouvelle configuration cinematique, c'est l'electron final qui est virtuel. Le faisceau d'electrons est alors equivalent a la superposition du faisceau initial (degrade en energie) et du faisceau de photons emis. On definit:

$E$  : l'energie initiale de l'electron.

$x E$  : son energie finale

$M$  : la masse du nucleon

$$\frac{dN_\gamma}{dx} = \frac{2\alpha}{2\pi(1-x)} \int_{Q_{2min}^2}^{Q_{2max}^2} \frac{dQ^2}{Q^2}$$

avec  $Q_{min}^2 = 2m_e^2$   $Q_{max}^2 = 2ME$

$$\frac{dN_\gamma(x, E)}{dx} = \frac{2\alpha}{2\pi(1-x)} \log\left(\frac{E}{m_e}\right)$$

on retrouve la forme usuelle du spectre de rayonnement de freinage en  $1/(1-x)$ . Le faisceau d'electrons acquiert lui aussi une distribution d'energie

$$\frac{dN_e(x, E)}{dx} = \delta(x-1) + \frac{\alpha}{2\pi} \left[ \frac{4}{1-x} - 2C\delta(1-x) \right] \log\left(\frac{E}{m_e}\right)$$

Le coefficient  $C$  est choisi de maniere a assurer la conservation du nombre d'electrons.

$$\int_0^1 N_e(x, E) dx = 1$$

$$C = 2 \int_0^1 \frac{dx}{1-x}$$

diverge et agit en realite comme une distribution.

### 9.3 Electromagnetisme-emission de n photons

Nous avons precedemment etabli la formule donnant le spectre d'energie d'un photon emis dans une approximation du premier ordre en  $\alpha$ , la constante de structure fine. La constante effective qui apparait est cependant  $\alpha \log(E/m_e)$ , qui est grande, et on ne peut legitimement ignorer l'emission d'un grand nombre de photons. On peut montrer que ce developpement equivaut au raisonnement intuitif suivant ([6]: Par transformation de Fourier, on interpretera  $\tau = 1/E$  comme un temps de collision, et la formule comme une probabilite differentielle de rayonnement pendant le temps  $d\tau$ ).

$$dN_e(x, E) = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} N_{ee}(y, E) P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) d\left(\log\left(\frac{E}{m_e}\right)\right)$$

Et sous la forme finale:

$$\frac{dN_e(x, E)}{d\log(E/m_e)} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} N_e(y, E) P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right)$$

avec la definition

$$P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{4}{1-x} - 2C\delta(1-x)$$

L'integrale doit etre regularisee :

$$\int_0^1 \frac{4}{y-x} N_e(y, E) dy = \int_0^1 \frac{N_e(y) - N_e(x)}{y-x} + \int_0^1 \frac{N_e(x)}{y-x} dy$$

Dans toutes les integrales,  $N_e(y, E)$  doit etre interprete comme  $N_e(y, E)\theta(y-x)$ , et seule la partie  $y > x$  intervient. La derniere integrale diverge, mais le 'coefficient'  $C$  compense ce terme. Le spectre de photons verifie lui aussi une equation d'evolution

$$\frac{dN_\gamma(x, E)}{d\log(E/m_e)} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} N_e(y, E) P_{\gamma e}\left(\frac{x}{y}\right)$$

avec  $P_{\gamma e}(z) = P_{ee}(1-z)$

Les fonctions  $P_{\gamma e}, P_{ee}$  sont appelees fonctions de partage. Nous devons enfin prendre en compte la creation de paires, representee sur la figure 11, en introduisant de nouvelles fonctions de partage.

$$\frac{dN_e(x, E)}{d\log(E/m_e)} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} N_e(y, E) P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) + N_\gamma(y, E) P_{e\gamma}\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\frac{dN_{\bar{e}}(x, E)}{d\log(E/m_e)} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} N_{\bar{e}}(y, E) P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) + N_\gamma(y, E) P_{e\gamma}\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\frac{dN_\gamma(x, E)}{d\log(E/m_e)} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} N_\gamma(y, E) P_{\gamma\gamma}\left(\frac{x}{y}\right) + (N_e(x, E) + N_{\bar{e}}(x, E)) P_{\gamma e}\left(\frac{x}{y}\right)$$

Dans ces equations, les distributions de quarks  $N_e, N_{\gamma\text{gamma}}$ , doivent etre comprises comme  $N_e\theta(y-x), N_\gamma\theta(y-x)$  (fonction saut). Les nouvelles fonctions de partagent verifient

$$P_{e\gamma}(z) = P_{\bar{e}\gamma}(z) = P_{e\gamma}(1-z) = \frac{1}{2}[z^2 + (1-z)^2]$$

$$P_{\gamma\gamma}(z) = \delta(1-z)$$

Ces equations d'evolution, dues a [7], sont couramment utilisees pour le calcul des sections efficaces observees au collisionneur  $e^+e^-$  du CERN. On voit qu'a cause des phenomenes de radiation et de creations de paires intrinseques a la theorie des champs, un faisceau d'electrons acquiert un spectre d'energie et est accompagne d'un halo de photons et de positrons lors de son interaction.

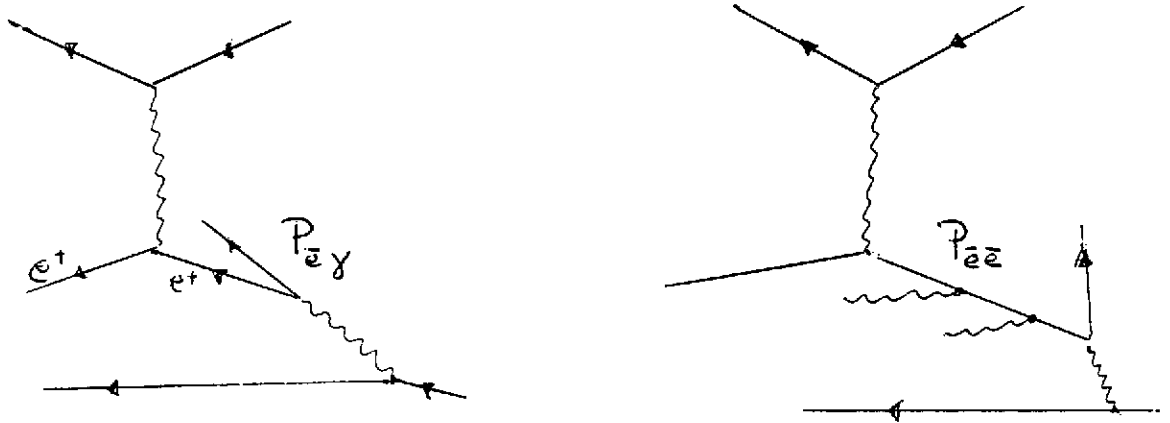


fig. 11 Schema graphique des fonctions de partage  $P_{ee}, P_{e\gamma}$  avec creation de paires

## 9.4 Violations d'échelle dans QCD

La radiation de gluons par les quarks et les gluons, ainsi que la création de paires  $q\bar{q}$  vont engendrer dans QCD des équations d'évolution tout à fait analogues à celles de QED. Au lieu de la constante de structure fine, c'est maintenant la constante effective  $\alpha_s(Q^2)$  qui intervient.

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \log(\frac{Q^2}{\Lambda^2})}$$

$$\Lambda^2 = \mu^2 \exp\left[\frac{-12\pi}{(33 - 2N_f)\alpha_s(\mu^2)}\right]$$

$\Lambda$  est une constante qui caractérise les interactions fortes, indépendante du choix de la 'masse de renormalisation'  $\mu^2$ .

Soit  $t = \log(Q^2)$

$$\frac{dq(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} [q(y, t) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + G(y, t) P_{Gq}\left(\frac{x}{y}\right)]$$

$$\frac{dG(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} [q(y, t) P_{qG}\left(\frac{x}{y}\right) + G(y, t) P_{GG}\left(\frac{x}{y}\right)]$$

Nous ne donnerons pas ici le détail des fonctions de partage de QCD  $P_{qq}, P_{Gq}, P_{qG}, P_{GG}$  qui peuvent être trouvées dans [8]. L'utilisation de ces équations dans des programmes qui recherchent les valeurs de  $\Lambda$  et  $G(x, Q_0^2)$  décrivant au mieux les données de la figure 9 déterminent ces paramètres. Les analyses les plus récentes [9] permettent d'obtenir

$$\Lambda = 263 \pm 42 \text{ Mev}$$

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.113 \pm .003 \pm .004$$

La dernière erreur reflète les incertitudes théoriques. Une détermination typique de  $G(x, Q_0^2)$  à  $Q_0^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est représentée sur la figure 12.

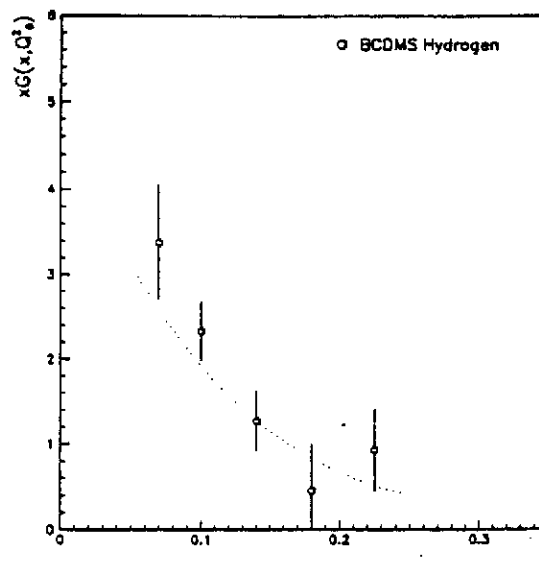


fig. 12 La distribution des gluons  $G(x, Q_0^2)$  pour  $Q_0^2 = 5 \text{ GeV}^2$

## 10 Utilisation des distributions de partons

Les fonctions de distribution  $q_i(x)$  des différentes saveurs, ainsi que la distribution  $G(x)$  des gluons, ont pu être déterminées (avec plus ou moins de précision) par les expériences de diffusion lepton-nucléon comme on l'a décrit précédemment. Aucune méthode théorique convaincante ne permet de confronter ces mesures à des prédictions de  $QCD$ . C'est cependant sur ces distributions de partons que l'on s'appuie avec un succès remarquable pour prédire les sections efficaces de différentes interactions leptoniques ou hadroniques. Nous en présenterons quelques exemples, tirés de [10], et [11]

- Production de jets en  $p\bar{p}$
- Productions de bosons ( $\gamma, W, Z^0$ ) par annihilation  $q\bar{q}$ . (interaction de Drell-Yan)
- production de saveurs lourdes
- collisionneurs  $ep$  à très haute énergie (Hera)

### 10.1 Production de jets à grands transferts

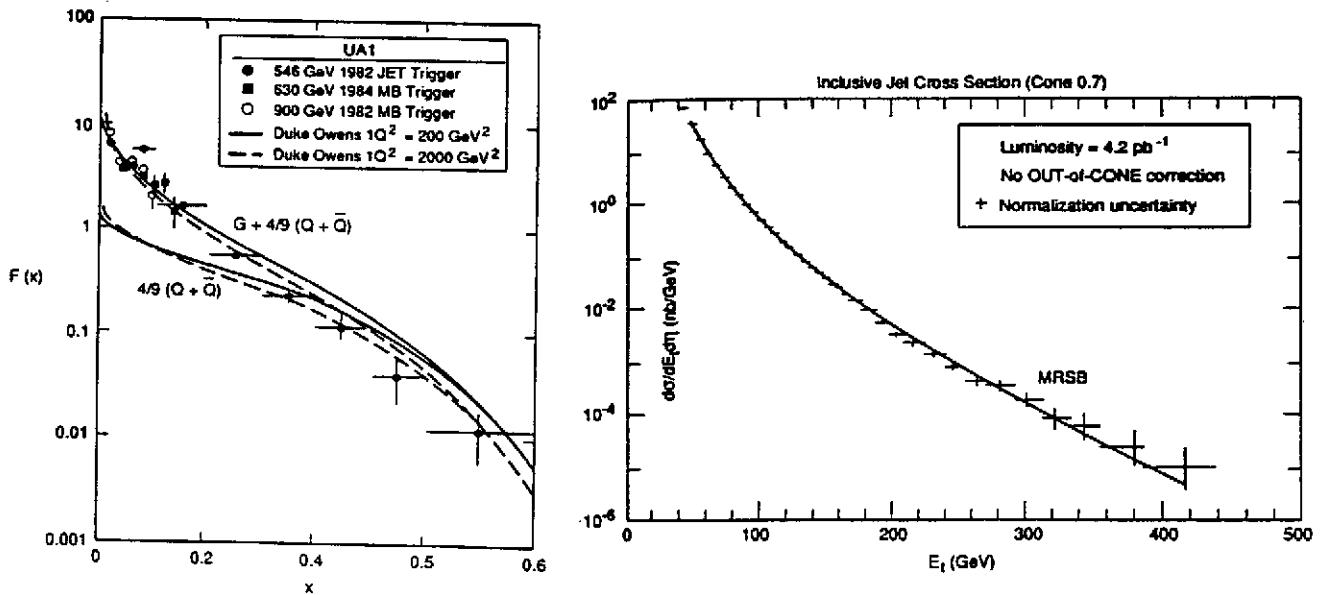


fig. 13 a) Reconstruction de la distribution  $F(x) = G + 4/9(Q + \bar{Q})$  à partir de la production de jets. b) comparaison directe de la distribution d'énergie transverse des jets à la prédiction du modèle des partons

La production d'amas de particules (jets) à très grands moments transverses dans un collisionneur hadronique peut être représentée comme une diffusion parton-parton à très grand transfert. Les partons initiaux et finals peuvent être des quarks ou des gluons, mais ce sont les gluons qui donnent la contribution dominante à la section efficace

de production d'amas. Celle-ci est donnée par l'expression

$$\frac{d\sigma}{dp_t dy_1 dy_2} = F(x_A)F(x_B)\hat{\sigma}(AB \rightarrow 1, 2)$$

$$F(x) = G(x) + \frac{4}{9} \sum_i [q_i(x) + \bar{q}_i(x)]$$

La figure 13 a) montre l'accord entre la détermination de  $F(x)$  à partir de la distribution en  $p_t$  et en angle des amas, obtenue à partir des données et la prédiction extraite de l'évolution des distributions de partons. On y observe en particulier le rôle dominant des gluons. La figure 13 b) compare directement la distribution en énergie transverse des jets aux prédictions obtenues à partir d'une paramétrisation récente des fonctions de structure.

## 10.2 Production de bosons (Drell-Yan)

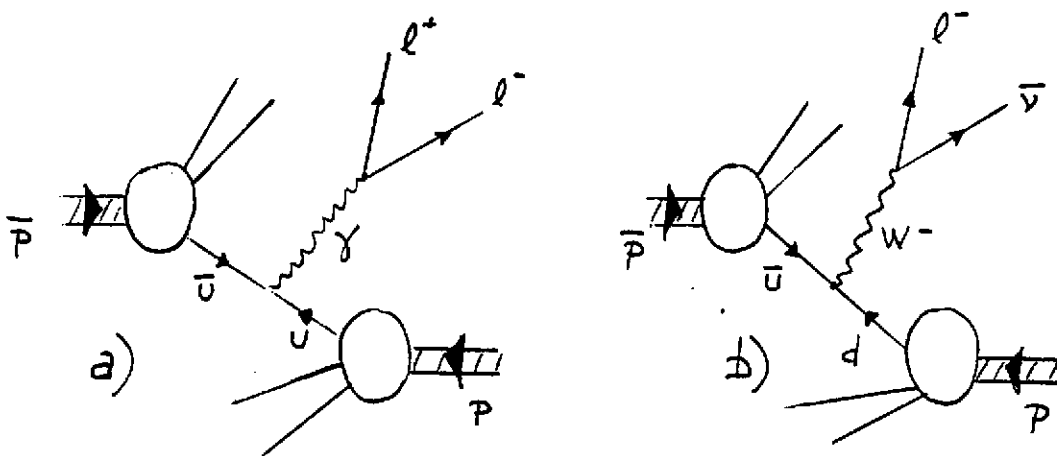


fig. 14 l'annihilation  $q\bar{q}$  et la production de  $\gamma$  (a) ou de bosons  $W$  (b).

La production de Bosons par interaction Drell-Yan est en fait une annihilation  $q\bar{q}$ , représentée sur la figure 14. La section efficace fait de nouveau intervenir la distribution des partons. Pour la production de paires de leptons  $e^+e^-$  :

$$\frac{d\sigma}{dM dy} = \frac{16\pi\alpha^2}{9m^2\sqrt{s}} K \sum_i e_i^2 q_i(x_1, M) \bar{q}_i(x_2, M)$$

où  $M$  est la masse de la paire de leptons. une expression tout à fait analogue permet de calculer la section efficace de production du boson  $W$ . La distribution d'impulsion transverse du  $W$  résulte de l'émission de gluons. La section efficace absolue est directement sensible à la distribution des quarks, alors que sa forme est influencée par la constante de couplage fort  $\alpha_s$ . La figure 15 met en évidence la encore la qualité des prédictions du modèle de parton, avec les corrections liées à QCD.

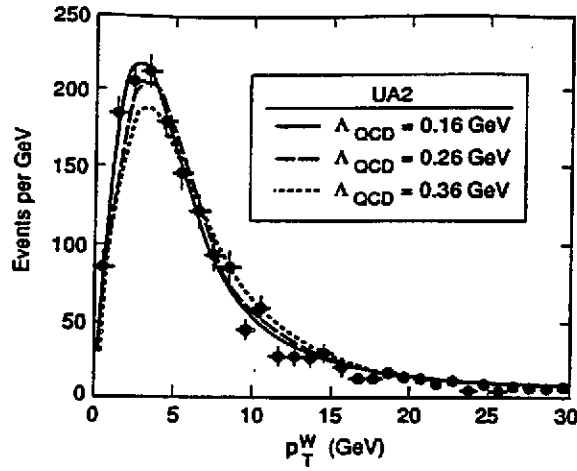


fig. 15 La distribution en impulsion transverse du boson  $W$  produits au collisionneur  $p\bar{p}$  du CERN

### 10.3 La production de saveurs lourdes

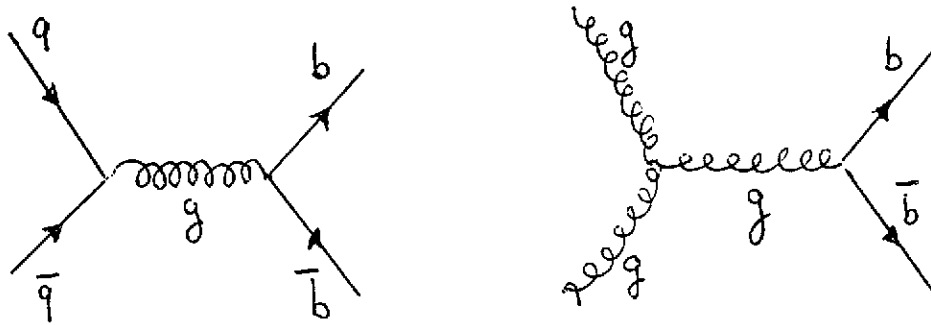


fig. 16 Les principaux diagrammes intervenant dans la production de paires  $b\bar{b}$

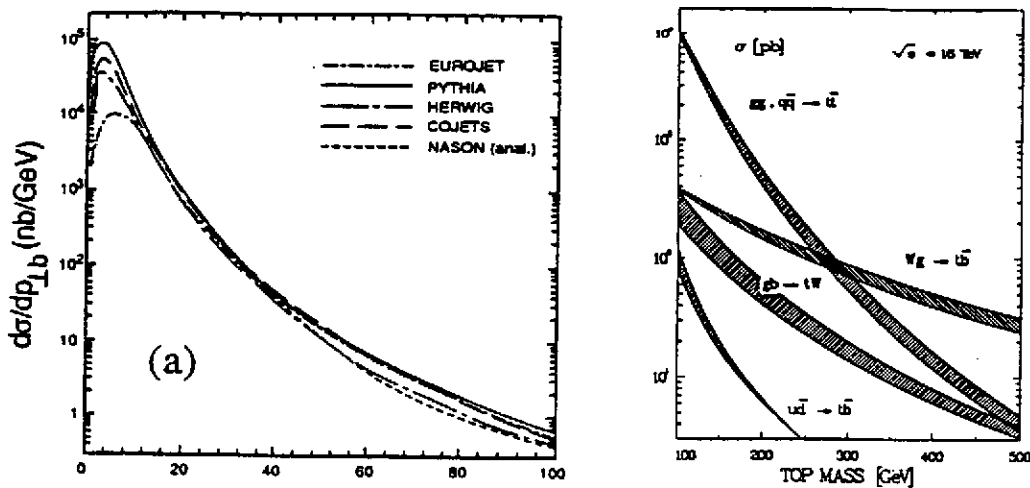


fig. 17 a) sections efficaces attendues en  $b\bar{b}$  pour diverses paramétrisations des distributions de partons au LHC. b) section efficace prédite pour le canal  $t\bar{t}$  au LHC en fonction de  $m_t$ .

Les saveurs lourdes les plus intéressantes produites aux collisionneurs sont les  $b$  et les tops. Les premiers, produits en très grande abondance donneront peut être la possibilité de mesurer le mélange  $B^0 \bar{B}^0$ . En ce qui concerne le top, il s'agit d'abord de l'observer. Les principaux canaux de production sont les interactions  $q\bar{q}$  et  $gg$  (gluon-gluon), représentées par les diagrammes de la figure 16. La figure 17 a) montre les sections efficaces attendues pour diverses paramétrisations des distributions partoniques.

Si la masse du top est inférieure à 250 GeV, ce sont également les diagrammes de la figure 16 qui fournissent la contribution dominante à la section efficace. La figure 17 résume la situation actuelle : c'est la section efficace attendue au LHC en fonction de sa masse... s'il n'a pas été mis en évidence auparavant au Tevatron (Fermilab, USA).

## 10.4 Les collisionneurs $e p$

. Le collisionneur  $ep$  HERA à Hambourg vient d'entrer en fonctionnement. Toute la préparation du programme de physique suppose une bonne compréhension des fonctions de structure à plus basse énergie, de manière à mettre en évidence les effets nouveaux, liés aux interactions électrofaibles, ou à des contributions inattendues.

## References

- [1] R.A. Hofstadter The structure of the nucleon A. Benjamin, Reading, (MA), 1963.
- [2] K. Wilson Phys. Rev 179 (1969) 1499.
- [3] R. Barbieri et al. Nucl. Phys. B117 (1970) 50
- [4] S.R. Mishra, F. Sciulli Ann. Rev. Part. Sci. 1989 (39) 259  
S. Bethke Contribution to the proceedings of the 26 th International Conference on high Energy Physics, Dallas (USA) August 1992.
- [5] R. P. Feynman Photon Hadron interactions, Benjamin, Reading (MA), 1972.
- [6] G. Parisi Proceedings of the 11th Moriond Conference on weak interactions, les Arcs (1976) Editions Frontières.
- [7] E. A. Kuraev, V. S. Fadin Sov. J. Nucl. Phys. 41 (1985) 466.
- [8] G. Altarelli Phys. Rep. 81 (1981) 1.
- [9] M. Virchaux contribution to the proceedings of the Aachen Workshop on QCD 20 years later, Aix la Chapelle (June 1972).
- [10] G. Salvini, A. Silverman Phys. Rep. 171 (1988) 231.  
M. Shapiro and J.L. Siegrist Ann. Rev. Part. Sci (1991) 117
- [11] European Committee for Future Accelerators, Large Hadron Collider Workshop CERN 90-10 volume 2 (1990)