

Les corrections au champ moyen nucléaire: des effets non-relativistes seulement ?

P. Grangé

► **To cite this version:**

P. Grangé. Les corrections au champ moyen nucléaire: des effets non-relativistes seulement?. École thématique. Ecole Joliot Curie "Au-delà du champ moyen.", Maubuisson, (France), du 14-18 septembre 1987: 6ème session, 1987. <cel-00645519>

HAL Id: cel-00645519

<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00645519>

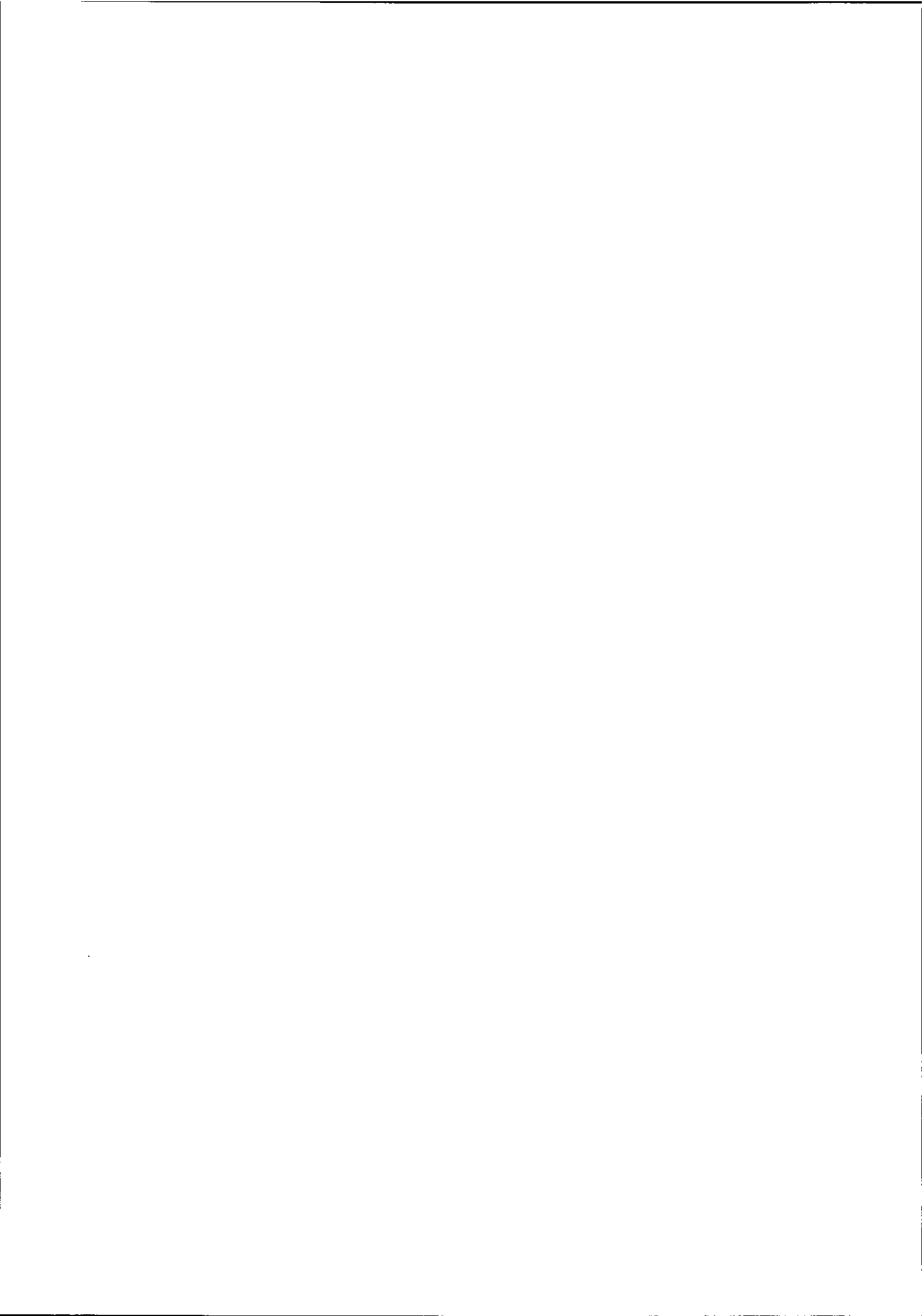
Submitted on 28 Nov 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES CORRECTIONS AU CHAMP MOYEN NUCLEAIRE : DES EFFETS
NON-RELATIVISTES SEULEMENT ?

P. Grangé



LES CORRECTIONS AU CHAMP MOYEN NUCLEAIRE : DES EFFETS NON-RELATIVISTES SEULEMENT ?

P. GRANGÉ

Physique Théorique, Centre de Recherches Nucléaires, Strasbourg

RESUME : A partir des propriétés générales d'analyticité et du développement de l'opérateur de masse en termes de l'interaction effective entre les nucléons, on examine les corrections non relativistes au champ moyen nucléaire. Ceci montre que l'étude du potentiel du modèle optique dans le milieu nucléaire donne le lien consistant existant entre le potentiel nucléaire et les collisions résiduelles introduites dans les approches de transport nucléaire du type Landau-Vlasov. Des considérations sur le traitement du canal inélastique nucléon-nucléon et des propriétés saturantes spécifiques au formalisme relativiste covariant du Lagrangien effectif indiquent que les corrections au champ moyen nucléaire dépassent le simple cadre du formalisme non-relativiste couramment utilisé. La nécessité d'une théorie quantique relativiste du transport nucléaire est discutée.

ABSTRACT : From general analytical properties of the mass operator and from its expansion in terms of the effective interaction between nucleons, non-relativistic corrections to the nuclear mean field are examined. This shows that the study of the optical model potential in the nuclear medium provides a consistent link between the nuclear mean field and residual collisions occurring in nuclear transport approaches of the Landau-Vlasov form. Considerations on the treatment of the N-N inelastic channel and specific saturation properties of effective Lagrangian formalisms show that corrections to the nuclear mean-field go beyond the usual non-relativistic framework. Hence the necessity of a quantum relativistic nuclear transport theory is discussed.

INTRODUCTION

Les collisions d'ions lourds à haute énergie font actuellement l'objet de nombreuses expériences afin d'étudier les propriétés de la matière nucléaire en dehors des conditions normales de pression, densité et température. A mesure que les données s'accumulent (transfert en moment, multiplicité de particules, distribution en masse, etc...) le cadre théorique pour leur interprétation et discuté lors de cette école essaie de faire le lien entre la théorie Hartree-Fock dépendant du temps¹ (TDHF) satisfaisante à énergie incidente faible ($\leq 5-10$ MeV/A) et les modèles de cascade intranucléaires (INC) utilisés à grande énergie² (≥ 100 MeV/A). Dans ce domaine d'énergie intermédiaire on s'attend à ce que le mouvement collectif du champ moyen et les excitations nucléoniques individuelles agissent de manière compétitive et corrélées en accord avec les lois de conservation usuelles.

Le but de cet exposé est de rappeler, à partir des propriétés générales de l'opérateur de masse $M(k, \omega)$ du problème à N-corps non-relativiste, les contraintes existantes entre le champ moyen nucléaire et les corrections de corrélation liées aux diffusions nucléoniques individuelles.

Avec les énergies de collisions d'ions lourds croissantes obtenues actuellement, les distributions en moment des nucléons sont telles que le traitement des canaux inélastiques dans les diffusions nucléon-nucléon individuelles est à considérer. Jusqu'à une énergie de diffusion $T_{lab} \approx 1$ GeV le canal inélastique est dominé par les excitations virtuelles des états isobariques Δ et le formalisme approprié à cette description est covariant relativiste. Dans ce même formalisme les propriétés spécifiques de l'opérateur de masse indiquent qu'aux corrections de corrélations au champ moyen nucléaire s'ajoutent des contributions spécifiques " saturantes " importantes liées à la possibilité d'excitation virtuelle de paires nucléon-antinucleon. Une approche covariante relativiste du transport semble donc nécessaire pour décrire les collisions d'ions lourds même aux énergies intermédiaires et son développement est déjà un objectif théorique majeur³.

Les aspects " standards " des corrections au champ moyen nucléaire non-relativiste feront l'objet d'un 1er paragraphe. Dans une 2è section, le problème de ces corrections sera reconsidéré dans le cadre d'une formulation relativiste en essayant de mettre en évidence certaines propriétés spécifiques importantes de l'opérateur de masse que le formalisme non-relativiste ne peut pas prendre en compte ou fait apparaître de façon moins directe.

I. ASPECTS "STANDARDS " DU PROBLEME NON-RELATIVISTE

Dans le modèle des particules indépendantes (mpi) il est fait l'hypothèse que chaque nucléon se déplace dans un potentiel $\mathcal{U}(k)$ sans collisions avec les autres nucléons du milieu. Ce potentiel peut être généré par les autres nucléons, peut dépendre des vitesses, etc..., mais agit en fait comme un potentiel externe. Soit $e_o(k)$ l'énergie de chaque nucléon, somme de l'énergie cinétique ($\hbar=1$) et de l'énergie potentielle $\mathcal{U}(k)$:

$$e_o(k) = \frac{k^2}{2m} + \mathcal{U}(k) \quad . \quad (I.1)$$

L'état fondamental $|\psi_o\rangle$ du système est non corrélé et est celui d'un gaz de Fermi de densité ρ donnée. Tous les états sont occupés jusqu'au niveau de Fermi :

$$\varepsilon_F^o = e_o(k_F) \quad (I.2)$$

où, pour un milieu nucléaire symétrique ($N=Z$),

$$k_F = (3\pi^2\rho/2)^{1/3} \quad . \quad (I.3)$$

La distribution en moment $n_o(k)$ des nucléons est donnée⁴ par la valeur moyenne sur $|\psi_o\rangle$ de l'opérateur nombre d'occupation $a^+(k)a(k)$:

$$\begin{aligned} n_o(k) &= \langle \psi_o | a^+(k) a(k) | \psi_o \rangle \\ &= \theta(k_F - k) \quad . \end{aligned} \quad (I.4)$$

Supposons qu'en plus du potentiel $\mathcal{U}(k)$ les nucléons ressentent encore entre eux les effets d'une interaction " résiduelle ". Alors le fondamental $|\psi\rangle$ du système sera différent de $|\psi_o\rangle$ et sera dit " corrélé " par l'effet de cette interaction résiduelle. La distribution en moment

$$n(k) = \langle \psi | a^+(k) a(k) | \psi \rangle \quad (I.5)$$

va donc différer de l'expression (I.4) et des considérations générales⁴ dont il sera question plus loin, indiquent que la forme attendue de $n(k)$ est celle représentée par la courbe continue de la figure (I-1).

Cette figure attire l'attention sur deux quantités importantes

- i) l'aire hachurée qui est une mesure de l'importance des corrélations dans l'état fondamental $|\psi\rangle$
- ii) la discontinuité en k_F de $n(k)$

$$n(k_F-0) - n(k_F+0) = Z(k_F)$$

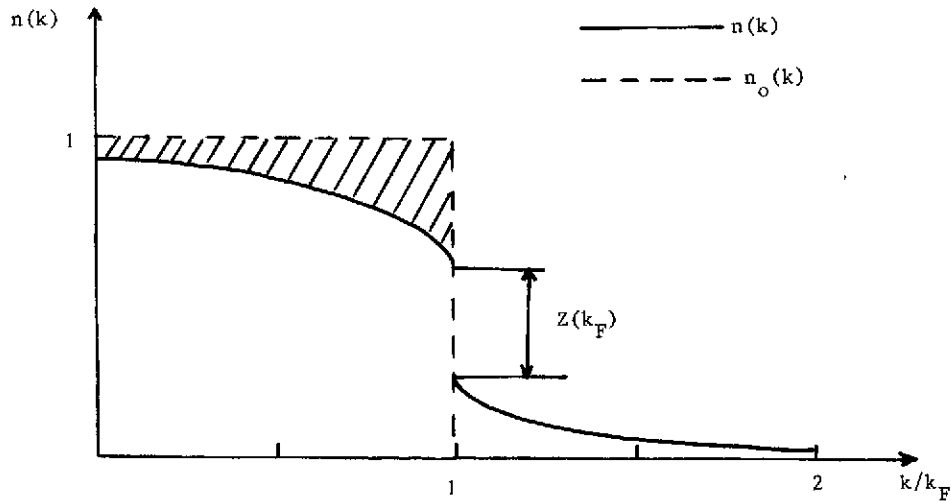


Fig. I-1

qui, nous allons le voir, est reliée à la densité d'états en \mathcal{E}_F .

Revenons au modèle des particules indépendantes défini par les eqs. (I.1) à (I.4). De la définition générale des fonctions de Green⁴ de particule simple, les parties "trous" $G_0^{(h)}$ et "particule" $G_0^{(p)}$ du mpi s'écrivent :

$$\left\{ \begin{aligned} G_0^{(h)}(k, t-t') &= i\theta(t'-t) \langle \psi_0 | a^+(k, t) a(k, t') | \psi_0 \rangle \\ &= i \exp[-ie_0(k)(t-t')] n_{<}(k) \theta(t'-t) \\ G_0^{(p)}(k, t-t') &= -i\theta(t-t') \langle \psi_0 | a(k, t) a^+(k, t') | \psi_0 \rangle \\ &= -i \exp[-ie_0(k)(t-t')] n_{>}(k) \theta(t-t'), \end{aligned} \right. \quad (I.6)$$

où $n_{<}(k) \equiv n_0(k) = \theta(k_F - k)$ et $n_{>}(k) = 1 - n_{<}(k)$.

Dans la suite nous serons amenés à développer certaines considérations à partir de la transformée de Fourier par rapport au temps, $G(k, \omega)$, de la fonction de Green. Dans le cas de mpi, cette transformée de Fourier a une expression particulièrement simple :

$$\begin{aligned} G_0(k, \omega) &= G_0^{(h)}(k, \omega) + G_0^{(p)}(k, \omega) \\ &= \frac{n_{<}(k)}{\omega - e_0(k) - i\eta} + \frac{n_{>}(k)}{\omega - e_0(k) + i\eta} \end{aligned} \quad (I.6')$$

Dans la relation (I.6') l'infinitésimal $\pm i\eta$ vient de la représentation intégrale de la fonction saut. Par exemple

$$\theta(t-t') = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega(t-t')}}{\omega + i\eta} \quad (I.7)$$

Cet infinitésimal reflète la nature de la propagation "avancée" ($-i\eta$) ou "retardée" ($+i\eta$) de $G_0^{(h)}(k, t-t')$ et $G_0^{(p)}(k, t-t')$ respectivement. La forme (I.6) montre que les pôles de $G_0^{(p)}$ ($G_0^{(h)}$) se trouvent dans le demi-plan inférieur (supérieur) et que $G_0^{(p)}$ ($G_0^{(h)}$) est analytique pour $\text{Im } \omega > 0$ ($\text{Im } \omega < 0$) (figure I-2).

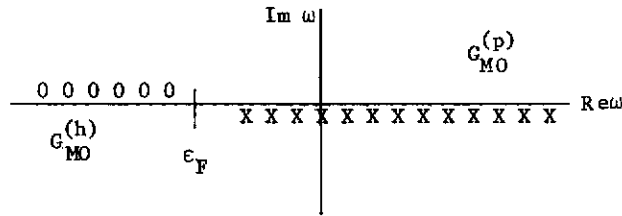


Fig. I-2. : les coupures et les pôles respectifs des parties " particules " $G_{(k,\omega)}^{(p)}(x)$ et " trou " $G_{(k,\omega)}^{(h)}(0)$ de la fonction de Green.

En pratique, comme il est montré par ailleurs (cf. le cours de C. Wagner) les niveaux identifiables dans un schéma m.p.i. sont rares. Ils sont limités à des niveaux au voisinage de l'énergie de Fermi des noyaux doublement magiques à plus ou moins un nucléon. En général on observe expérimentalement que toute la force d'une configuration de particule simple $\{\alpha\}$ n'est pas contenue dans un seul état du noyau résiduel mais étalée sur un intervalle d'énergie. Soit donc Γ_α^\dagger la largeur d'étalement d'un état de particule simple $\{\alpha\}$. Le principe d'incertitude nous dit qu'il existe un temps caractéristique maximum τ (durée de vie de la configuration $\{\alpha\}$) tel que :

$$\Gamma_\alpha^\dagger \cdot \tau = \hbar \quad (\text{I.8})$$

La majorité des états de particule simple des noyaux sont donc non-stationnaires, c'est-à-dire ne se comportent pas en fonction du temps comme dans les équations (I.6) mais décroissent sur un temps caractéristique donné par τ . Le modèle optique (MO) est l'extension " naturelle " du m.p.i. qui tient compte de l'existence de ce temps τ . Ainsi on écrira par exemple la partie particule $G_{MO}^{(p)}(k,t)$ de la fonction de Green sous la forme suivante :

$$G_{MO}^{(p)}(k,t) = -i \exp \left[-ie(k)t - \frac{t}{2\tau(k)} \right] n_>(k) \theta(t) \quad (\text{I.9})$$

Si on pose :

$$W(k) = [2\tau(k)]^{-1}, \quad (\text{I.10})$$

on obtient pour la transformée de Fourier $G_{MO}(k,\omega)$:

$$\begin{aligned} G_{MO}(k,\omega) &= G_{MO}^{(h)}(k,\omega) + G_{MO}^{(p)}(k,\omega) \\ &= \frac{n_<(k)}{\omega - \frac{k^2}{2m} - V(k) - iW(k)} + \frac{n_>(k)}{\omega - \frac{k^2}{2m} - V(k) + iW(k)} \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

Dans ce cas le potentiel optique $M(k)$ est indépendant de l'énergie et est donné par :

$$M(k) = V(k) - iW(k) \quad (\text{I.12})$$

Il est important de noter à ce stade que les pôles de $G_{MO}(k,\omega)$ situés " près " de l'axe réel définissent des configurations voisines de m.p.i. : on les appelle " quasi-particules ". La validité du concept de " quasi-particule " est donc liée à l'amplitude de la partie imaginaire de M , ici $W(k)$. D'une façon plus générale l'opérateur de masse $M(k,\omega)$ du système corrélé est introduit par la relation⁴ :

$$G(k, \omega) = \frac{1}{\omega - \frac{k^2}{2m} - M(k, \omega)} \quad (I.13)$$

Nous discuterons plus loin quelques propriétés génériques importantes de cette quantité. Les pôles de $G(k, \omega)$ sont les racines de l'équation :

$$\omega = \frac{k^2}{2m} + M(k, \omega) \quad (I.14)$$

Soit $e(k)$ la partie réelle de ces racines. Pour celles qui sont près de l'axe réel $e(k)$ est l'énergie de quasi-particule. On a :

$$e(k) = \frac{k^2}{2m} + \text{Re}[M(k, e(k))] \quad (I.15)$$

L'opérateur de masse $M(k, \omega)$ évalué à la valeur $\omega = e(k)$ est dit " sur couche ". Pour les valeurs de ω au voisinage de $e(k)$ on peut écrire :

$$\begin{aligned} \text{Re}[M(k, \omega)] &= \text{Re}[M(k, e(k))] + [\omega - e(k)] \left[\frac{\partial \text{Re}[M(k, \omega)]}{\partial \omega} \right]_{\omega=e(k)} \\ &+ \mathcal{O}((\omega - e(k))^2) \end{aligned} \quad (I.16)$$

Reportons dans l'expression de $G(k, \omega)$, en supposant que $\text{Im}[M(k, \omega)] \approx \text{Im}[M(k, e(k))]$, pour obtenir :

$$G(k, \omega) = \frac{Z(k)}{\omega - e(k) + iZ(k)\text{Im}M(k, e(k))} + G^B(k, \omega) \quad (I.17)$$

avec

$$[Z(k)]^{-1} = \left[1 - \frac{\partial \text{Re}[M(k, \omega)]}{\partial \omega} \right]_{\omega=e(k)} \quad (I.18)$$

Dans le terme $G^B(k, \omega)$ de l'éq. (I.17) est cachée la partie incohérente de la fonction de Green⁵, c'est-à-dire celle qui ne donne pas lieu à une évolution en temps de type oscillatoire amortie (cf. éq. (I.9)). En comparant (I.17) et (I.11), on voit que l'approximation de quasi-particule revient à négliger $G^B(k, \omega)$ et à ne considérer que les contributions du type " pôle simple ". Notons cependant que par rapport à (I.11) $Z(k) \neq 1$ et que $W(k) = Z(k) \cdot \text{Im}[M(k, e(k))]$: les parties imaginaires du potentiel optique et de l'opérateur de masse évalué sur couche diffèrent dans le rapport $Z(k)$ qui est le résidu de la fonction de Green au pôle de quasi-particule.

Revenons à l'équation (I.15) déterminant les énergies $e(k)$. Au lieu de chercher à k fixé les valeurs de $\omega \equiv e$ satisfaisant (I.15), considérons ω fixé et cherchons les valeurs $k_o(\omega)$ satisfaisant l'équation :

$$\omega = \frac{k_o^2}{2m} + \text{Re}[M(k_o, \omega)] \quad (I.19)$$

Pour la clarté du raisonnement suivant, faisons l'hypothèse (en fait bien vérifiée expérimentalement pour des valeurs de $\omega < 100$ MeV) :

$$\text{Re}[M(k_o(\omega), \omega)] = V(\omega) = V^0 + a\omega \quad (I.20)$$

et définissons $a = 1 - \frac{m^*}{m}$. La solution est alors telle que :

$$\omega = \frac{k_0^2}{2m^*} + \frac{m}{m^*} V^0 \quad (I.21)$$

Pour une dépendance non linéaire en ω de $V(\omega)$ on définit en général

$$\frac{m^*}{m} = 1 - \frac{dV(\omega)}{d\omega} \quad (I.22)$$

et on obtient la relation bien connue de la vitesse de groupe de la quasi-particule :

$$v_g = \frac{k_0}{m^*} = \frac{d\omega}{dk_0} \quad (I.23)$$

La durée de vie de l'état de quasi-particule étant τ , la distance parcourue pendant ce temps, ou libre parcours moyen λ , est donc :

$$\lambda = v_g \cdot \tau = \frac{k_0}{m^*} \cdot 2Z(k) \text{Im} [M(k_0(\omega), \omega)] \quad (I.24)$$

$$= \frac{k_0}{m_{k_0}} \cdot 2 \text{Im} [M(k_0(\omega), \omega)] \quad (I.24')$$

Dans la relation (I.24') nous avons introduit la quantité m_{k_0} telle que :

$$\frac{m^*}{m} = \frac{m_{k_0}}{m} \cdot [Z(k_0)]^{-1} \quad (I.25)$$

$$= \frac{m_{k_0}}{m} \cdot \frac{m_\omega}{m} \quad (I.25')$$

De (I.22), (I.18) et (I.25') on obtient :

$$\frac{m_\omega}{m} = [1 - \partial \text{Re} M(k, \omega) / \partial \omega]_{\omega=e(k)} \quad (I.26)$$

$$\frac{m_k}{m} = \left[1 + \frac{m}{k} \partial \text{Re} M(k, \omega) / \partial k \right]_{\omega=e(k)}^{-1} \quad (I.26')$$

A travers ces quelques rappels on voit donc que l'étude de la dépendance en (k, ω) de l'opérateur de masse est nécessaire pour la connaissance des propriétés de transport (libre parcours moyen λ , masse effective $\frac{m^*}{m}$ etc...) du milieu nucléaire.

Nous allons maintenant rappeler quelques propriétés générales de l'opérateur de masse qui permettront de faire le lien avec les termes de gain et de perte introduit dans les approches de transport exposées par ailleurs dans cette école (cours de Ch. Grégoire).

Si $v(\chi_{12})$ représente l'interaction entre deux nucléons du milieu, le développement perturbatif de la fonction de Green⁴ en puissance de v conduit à celui de l'opérateur de masse. Dans ce développement un nucléon dans un état (k, ω) interagira avec un, deux, trois, etc... nucléons du milieu. Soit, si nous représentons par une ligne pointillée l'interaction v entre deux nucléons, la séquence :

$$\begin{aligned}
 M(k, \omega) &= (k) \begin{array}{c} \times \\ \downarrow \\ \uparrow \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \text{---} v \text{---} \\ \circ \\ \text{---} v \text{---} \end{array} j + \begin{array}{c} (k, \omega) \quad 1 \quad \text{---} v \quad 2 \\ \uparrow \quad \quad \quad \downarrow \\ c \quad \quad \quad d \\ \downarrow \quad \quad \quad \uparrow \\ (k, \omega) \quad 1 \quad \text{---} v \quad 2 \end{array} j + \begin{array}{c} (k, \omega) \quad 1 \quad \text{---} v \quad 2 \\ \uparrow \quad \quad \quad \downarrow \\ c' \quad \quad \quad d' \\ \downarrow \quad \quad \quad \uparrow \\ c \quad \quad \quad d \\ \downarrow \quad \quad \quad \uparrow \\ (k, \omega) \quad 1 \quad \text{---} v \quad 2 \end{array} j + \dots \\
 &= M_{1a} + M_{2a} + M_{3a} + \dots \tag{I.27}
 \end{aligned}$$

Dans le cas correspondant à M_{1a} les nucléons (1) et (2) interagissent une fois sans changer leur état respectif (interaction directe). Dans le cas correspondant à M_{2a} , (1) et (2) interagissent une première fois en changeant d'état, puis une deuxième interaction les ramène dans leur état initial respectif etc... A chaque graphe ainsi dessiné correspond une expression algébrique précise déterminée par l'algèbre de commutation des opérateurs de création et d'annihilation $a^+(k)$ et $a(k)$ introduit plus haut. Au cours des interactions successives les états des nucléons (des fermions) ne peuvent changer que vers des nouveaux états autorisés par le principe de Pauli, c'est-à-dire des états non occupés et donc au-dessus du niveau de Fermi. Il est possible d'effectuer la resommation de tous les termes en "échelles" complétant ceux écrits en (I.27) à travers la définition d'une interaction effective g obéissant à l'équation intégrale suivante⁶ :

$$g(\omega) = v + v \sum_{\{c, d\}} n_{>}(c) n_{>}(d) \frac{|\underline{cd}\rangle\langle\underline{cd}|}{\omega - e(c) - e(d) + i\eta} g(\omega) \tag{I.28}$$

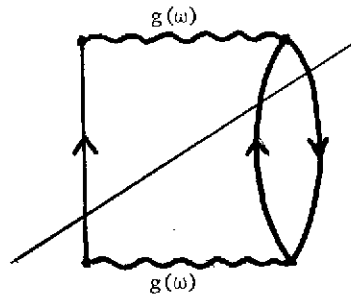
Dans cette relation $e(c)$ est l'énergie du nucléon dans l'état intermédiaire $|c\rangle$. On reconnaît en (I.28) une forme intégrale analogue à l'équation de Lippman-Schwinger de la diffusion de deux nucléons libres. Les effets des autres nucléons (effets de milieu) se manifestent par la présence des termes $n_{>}(c)$, $n_{>}(d)$ (cf. éq. (I.6)), et par l'énergie $e(c)$ non purement cinétique. Si on se limite à ce type de contributions ainsi regroupées pour définir $g(\omega)$, l'approximation obtenue pour l'opérateur de masse est dite approximation "Brueckner-Hartree-Fock" (BHF) pour laquelle on a :

$$M_{BHF}(k, \omega) = \sum_j n_{<}(j) \langle \underline{k}, j | g(\omega + e(j)) | \underline{k}, j \rangle_A \tag{I.29}$$

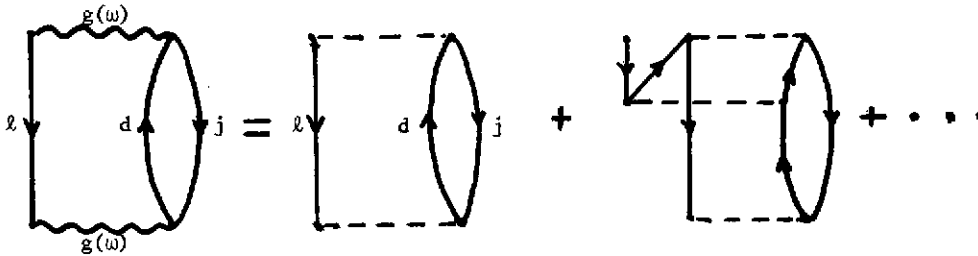
Dans cette expression l'interaction effective doit être calculée selon (I.28) pour une valeur de ω déplacée de $e(j)$. Il est clair que $g(\omega)$ étant une quantité complexe, $M_{BHF}(k, \omega)$ l'est aussi. A partir de l'équation intégrale de $g(\omega)$ on obtient sans difficulté que les parties réelles et imaginaires de $M_{BHF}(k, \omega)$ obéissent à la relation de dispersion suivante :

$$\text{Re} \left[M_{BHF}(k, \omega) \right] = \frac{PP}{\pi} \int_{\epsilon_F}^{\infty} \frac{\text{Im} [M_{BHF}(k, \omega')] d\omega'}{\omega - \omega'} \tag{I.30}$$

où PP désigne la valeur principale de Cauchy. Une relation de dispersion analogue est établie⁴ de façon tout à fait générale pour l'opérateur de masse globale $M(k, \omega)$ et il est donc satisfaisant que l'approximation BHF soit en accord avec les propriétés analytiques générales de M . Il est important ici de noter que, en raison de la définition (I.28) de $g(\omega)$, une contribution à $M(k, \omega)$ du type :



n'existe pas. Par contre la contribution suivante existe

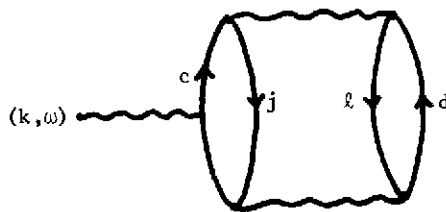


Nous la noterons $M_{2b}(k, \omega)$. Elle a pour valeur⁵ :

$$M_{2b}(k, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\underline{j}, \underline{l}, \underline{d}} n_{<}(l) n_{<}(j) n_{<}(d) \frac{|\langle \underline{l} \underline{j} | g[e(j) + e(l)] | \underline{k} \underline{d} \rangle_A|^2}{\omega + e(d) - e(j) - e(l) - i\eta} \quad (I.31)$$

Cette contribution à $M(k, \omega)$ vient immédiatement après le terme M_{BHP} (2^e ordre en g). Ces deux contributions sont essentielles dans l'argumentation à suivre.

Avant d'aller plus loin il est légitime de se demander pourquoi se limiter à cet ordre en g dans notre approximation à l'opérateur de masse totale $M(k, \omega)$. On peut répondre partiellement à cette question de la façon suivante. Il est facile de représenter et d'écrire l'expression algébrique de la contribution suivante faisant intervenir trois matrices g . Graphiquement elle est donnée par :



Dont l'expression algébrique correspondante est^{5,7} :

$$M_3(k, \omega) = -\frac{1}{2} \sum_{\underline{j}} n_{<}(j) \langle \underline{k} \underline{j} | g[\omega + e(j)] | \underline{k} \underline{j} \rangle_A \times \sum_{\underline{l}, \underline{c}, \underline{d}} n_{<}(l) n_{>}(c) n_{>}(d) \frac{|\langle \underline{j} \underline{l} | g[e(j) + e(l)] | \underline{c} \underline{d} \rangle_A|^2}{[e(j) + e(l) - e(c) - e(d)]^2} \quad (I.32)$$

$$\equiv -\frac{1}{2} \sum_{\underline{cd}} n_{<}(l) n_{>}(c) n_{>}(d) \langle \underline{j} \underline{l} | g \frac{Q}{e} | \underline{cd} \rangle \langle \underline{cd} | \frac{Q}{e} g | \underline{j} \underline{l} \rangle_A \cdot n_{<}(j) \langle \underline{k} \underline{j} | g | \underline{k} \underline{j} \rangle_A \quad (I.32')$$

où nous avons symboliquement écrit le dénominateur d'énergie comme e et représenté les contraintes

dues au principe de Pauli par Q.

La fonction corrélée à deux corps $\langle r_1 r_2 | \psi_{j\ell}^{(2)} \rangle$ est telle que :

$$\langle r_1 r_2 | \frac{Q}{e} g | j\ell \rangle = \langle r_1 r_2 | j\ell \rangle - \langle r_1 r_2 | \psi_{j\ell}^{(2)} \rangle \quad , \quad (I.33)$$

où $\langle r_1 r_2 | j\ell \rangle = \phi_{j\ell}(r_1 r_2)$ représente une onde plane à deux nucléons.

On peut donc réécrire (I.32') comme suit :

$$M_3(k, \omega) = -\frac{1}{2} \sum_{\ell j} n_{\ell} n_j \int dr_1 dr_2 | \phi_{j\ell}(r_1 r_2) - \psi_{j\ell}^{(2)}(r_1 r_2) |^2 \quad \times \langle k j | g | k j \rangle_A \quad . \quad (I.34)$$

En définissant l'intégrale de " blessure " moyenne K_2 par

$$K_2 = \rho \langle \int dr_1 dr_2 | \phi_{j\ell}(r_1 r_2) - \psi_{j\ell}^{(2)}(r_1 r_2) |^2 \rangle_{AV} \quad (I.35)$$

où $\langle \cdot \rangle_{AV}$ dénote la moyenne prise sur les états ℓ, m en-dessous du niveau de Fermi⁷, on voit que $M_3(k, \omega)$ est tel que :

$$M_3(k, \omega) = -K_2 M_{BHF}(k, \omega) \quad . \quad (I.36)$$

A cet ordre la quantité K_2 apparaît comme le " petit " paramètre du développement de $M(k, \omega)$. Les calculs montrent que pour une valeur normale $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ de la densité nucléaire ρ , K_2 est de l'ordre de 0.2 mais varie fortement avec ρ . La valeur de K_2 n'est rien d'autre que l'aire hachurée de la fig. (I-1), si on considère que l'état fondamental corrélé $|\psi\rangle$ ne fait intervenir que des corrélations à deux corps.

Nous voyons donc que, sur la base de l'éq. (I.36) et de la valeur de K_2 à densité normale, il semble justifier de ne considérer dans un premier temps que les termes M_{BHF} éq. (I.29) et M_{2b} éq. (I.31) du développement de l'opérateur de masse M. Toutefois, sachant que K_2 varie fortement avec la densité le bien-fondé de cette troncature doit être testé lors des calculs à densité nucléaire plus grande que ρ_0 , tout comme d'ailleurs la validité du concept de quasi-particule sous-jacent lié à la valeur de $\text{Im } M(k, \omega)$. Le problème général des ordres supérieurs à celui que nous considérons ici dans le développement de l'opérateur de masse est complexe et dépasse le cadre de cet exposé. Il est traité dans la Réf. (8).

A l'ordre où nous nous plaçons l'énergie de quasi-particule, donnée par (I.15), se réduit à :

$$e(k) = \frac{k^2}{2m} + \text{Re} \left[M_{BHF}(k, e(k)) + M_{2b}(k, e(k)) \right] \quad , \quad (I.37)$$

et définit ainsi le *champ nucléaire moyen corrigé* par rapport à l'approximation BHF courante.

Nous allons maintenant établir le lien entre les parties imaginaires de l'opérateur de masse que nous avons obtenues et les expressions G et L des termes de gain et de perte de l'équation de transport écrites et étudiées par ailleurs. Leurs expressions s'écrivent :

$$G = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} w(p_2 + p_3 p_4) f_3 f_4 (1-f) (1-f_2) \quad \cdot \delta^{(3)} \left[\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4 \right] \delta \left[e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4) \right] \quad (I.38)$$

$$L = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} w(p_2 \rightarrow p_3 p_4) f_2(1-f_3)(1-f_4) \cdot \delta^{(3)}[\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4] \delta[e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \quad (I.39)$$

Dans ces expressions f_n représente la fonction de distribution du nucléon de moment \underline{p}_n , c'est-à-dire :

$$f_n = f(\underline{r}, \underline{p}_n; t) \quad (I.40)$$

avec la normalisation

$$\int \frac{d^3 r d^3 p}{(2\pi)^3} f(\underline{r}, \underline{p}; t) = A \quad (I.41)$$

où A est le nombre de nucléons du système.

Enfin $w(p_2 \rightarrow p_3 p_4)$ est la probabilité de transition pour une collision entre deux particules de moment \underline{p} et \underline{p}_2 vers un état final de moments \underline{p}_3 et \underline{p}_4 . Elle est donnée en terme de l'interaction effective $g(\omega)$ définie en (I.28) et s'écrit :

$$w(p_2 \rightarrow p_3 p_4) = |\langle p_3 p_4 | g[e(p_3) + e(p_4)] | p_2 \rangle_A|^2 \quad (I.42)$$

Dans cette expression l'interaction effective g doit être calculée (en principe) pour l'occupation instantanée de l'espace de phase caractérisé par la distribution $f(\underline{r}, \underline{p}; t)$.

Considérons donc la contribution $M_{\text{BHF}}(k, \omega)$ donnée par (I.29). De l'expression (I.28) de $g(\omega)$ on obtient :

$$g(\omega) - g^+(\omega) = g(\omega) \left[\frac{Q}{\omega - e + i\eta} - \frac{Q}{\omega - e - i\eta} \right] g^+(\omega) \quad (I.43)$$

où nous avons repris la notation simplifiée utilisée après l'équation (I.32). La propriété :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{1}{x \pm i\eta} = \text{PP} \left(\frac{1}{x} \right) \mp i\pi \delta(x)$$

appliquée à (I.43) donne immédiatement⁺ :

$$\text{Im } M_{\text{BHF}}(\underline{p}, \omega) = -\frac{\pi}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} n_<(p_2) n_>(p_3) n_>(p_4) \cdot |\langle p_2 | g(\omega + e(p_4)) | p_3 p_4 \rangle_A|^2 \delta(\omega + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)) \quad (I.44)$$

A partir de l'expression (I.31) de $M_{2b}(k, \omega)$ on obtient directement :

$$\text{Im } M_{2b}(\underline{p}, \omega) = \frac{\pi}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^2} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} n_>(p_2) n_<(p_3) n_<(p_4) \cdot |\langle p_2 | g(e(p_3) + e(p_4)) | p_3 p_4 \rangle_A|^2 \delta^{(3)}(\underline{p} + \underline{p}_2 - \underline{p}_3 - \underline{p}_4) \delta(\omega + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)) \quad (I.45)$$

⁺ $\frac{1}{\Omega} \sum_j \rightarrow \sum_{\text{spins}} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$, la somme sur les spins et isospins est implicite dans toutes les expressions

Ces deux relations nous montrent le lien formel entre les parties imaginaires de l'opérateur de masse et les termes G , éq. (I.38), et L , éq. (I.39). Cependant il faut noter que ces deux termes réfèrent à une situation dynamique de non-équilibre, alors que nous avons obtenu (I.44) et (I.45) pour le cas d'un milieu stationnaire continu non excité, pour raisons de simplicité. Les références^{9,10,11} traitent de la dérivation de ces termes en général et mènent aussi à la conclusion que le champ nucléaire moyen donné par la partie réelle de M et les termes de collisions reliés à la partie imaginaire, sont mutuellement contraints par les relations de dispersion. Seul un calcul dynamique de l'interaction effective $g(\omega)$ est en mesure de satisfaire cette cohérence. Les premiers pas dans cette direction sont exposés dans les réfs. (12). Afin d'alléger quelque peu la tâche que représente un tel calcul dynamique, on peut être tenté d'utiliser une forme paramétrée¹³ de l'interaction effective reproduisant bien de nombreuses propriétés statistiques des noyaux. Cependant, il y a des indications que l'interaction effective d'un système excité diffère¹² sensiblement de celle d'un système dans son état fondamental ; mais ce qui est plus gênant est qu'un sérieux problème de redondance se pose. En effet, si \hat{V}_{eff} désigne cette interaction paramétrée, alors elle est telle que son champ moyen $\hat{U}_{\text{eff}}(k)$ reproduise, par construction, la partie réelle de l'opérateur de masse M global :

$$\hat{U}_{\text{eff}}(k) = \sum_j \langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | k_j \rangle_A \equiv \text{Re} \left[M_{\text{BHF}}(k, e(k)) + M_{2b}(k, e(k)) + \dots \right] \quad (\text{I.46})$$

Il est donc non fondé de vouloir calculer les termes de gain G et de perte L en utilisant pour les éléments de matrice de transition w de (I.38) et (I.39) ceux de l'interaction effective \hat{V}_{eff} . La situation satisfaisante de ce point de vue serait celle d'une interaction effective \hat{V}_{eff} déterminée de telle sorte que son champ moyen soit :

$$\begin{aligned} \hat{U}_{\text{eff}}(k, \omega) = & \sum_j n_{<}(j) \langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | k_j \rangle_A + \frac{1}{2} \sum_{j, c, d} n_{<}(j) n_{>}(c) n_{>}(d) \frac{|\langle k_j | \hat{V}_{\text{eff}} | c d \rangle_A|^2}{\omega - e(c) - e(d)} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j, l, d} n_{<}(l) n_{<}(j) n_{>}(d) \frac{|\langle l j | \hat{V}_{\text{eff}} | k, d \rangle_A|^2}{\omega + e(d) - e(j) - e(l)} \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

c'est-à-dire incluant d'entrée les contributions de polarisation et de "corrélation"^{5,6}. Cette approche reste peu explorée au-delà de cas modèles pour \hat{V}_{eff} ¹⁴⁻¹⁶.

Pour clore cette section, nous allons examiner un point important lié au mécanisme de conservation de l'énergie présent dans l'extension du formalisme TDHF incluant les termes G éq. (I.38) et L éq. (I.39). Dans l'expression de ces termes, en raison de la largeur des états individuels, la stricte condition $e(p) + e(p_2) = e(p_3) + e(p_4)$ imposée par la fonction δ sur les énergies, ne peut être qu'un artifact lié au traitement du propagateur de quasi-particule^{10,11}. Supposons que, voulant tenir compte de cette considération physique, nous relâchions cette contrainte pour la remplacer par une fonction \mathcal{F} des quatre énergies, maximum pour des valeurs telles que $e(p) + e(p_2) = e(p_3) + e(p_4)$ et de dispersion non précisée autour de ce maximum :

Dans (I.38) et (I.39) nous faisons le remplacement suivant :

$$\delta [e(p) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \rightarrow \mathcal{F} [e(p); e(p_2); e(p_3); e(p_4)] \quad (\text{I.48})$$

Quelle est donc la forme de \mathcal{F} qui soit compatible avec les lois de conservation usuelles du nombre total de particules et de l'énergie (1er moment de H) ? La conservation du nombre de particules implique, à partir de l'équation TDHF généralisée pour la fonction de distribution $f(\underline{r}, \underline{p}; t)$

incluant les termes G et L^{9,10}, que :

$$\frac{d}{dt} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2}{(2\pi)^3} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, t) = 0 \Rightarrow \int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \langle p_1 p_2 | G | p_3 p_4 \rangle_A^2 \mathcal{F} \cdot [f_3 f_4 (1-f_1)(1-f_2) - f_1 f_2 (1-f_3)(1-f_4)] = 0 \quad (I.49)$$

En jouant avec les variables muettes d'intégration on voit que :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} [e(p_1); e(p_2); e(p_3); e(p_4)] &= \mathcal{F} [e(p_3); e(p_4); e(p_1); e(p_2)] \\ &= \mathcal{F} [e(p_4); e(p_3); e(p_2); e(p_1)] \end{aligned} \quad (I.50)$$

La conservation de l'énergie impose :

$$\frac{d}{dt} \text{Tr}_A [H_{MF} \rho^A] = 0 \quad , \quad (I.51)$$

où $H_{MF} = \sum_{i=1}^A h_{MF}^{(i)}$, avec $h_{MF}^{(i)}$ l'Hamiltonien habituel de Hartree-Fock du nucléon i et où ρ^A est la densité à A particules. Dans (I.51) la trace correspond à l'intégration sur les coordonnées des A particules. De façon standard¹ et en utilisant l'équation TDHF étendue sous la forme équivalente :

$$i \dot{\rho}^{(1)} = [h_{MF}^{(1)}, \rho^{(1)}] + I_{coll} \quad , \quad (I.52)$$

où $\rho^{(1)}$ est la densité à un corps, et I_{coll} désigne le terme de collision, on peut écrire le terme de gauche de l'équation (I.51) sous la forme :

$$A \text{tr}_1 [h_{MF}^{(1)} \dot{\rho}^{(1)}] = \frac{A}{i} \text{tr}_1 \{ h_{MF}^{(1)} [h_{MF}^{(1)}, \rho^{(1)}] + h_{MF}^{(1)} \cdot I_{coll} \} \quad , \quad (I.53)$$

où tr_1 correspond à l'intégration sur les coordonnées du nucléon. Le premier terme de (I.53) est nul (conservation du 1er moment de H dans TDHF usuel) et on doit donc avoir :

$$\text{tr}_1 \{ h_{MF}^{(1)} \cdot I_{coll} \} = 0 \quad (I.54)$$

Compte tenu de la forme du terme de collision et de la relation (I.50) cette expression peut s'écrire :

$$\int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \langle p_1 p_2 | G | p_3 p_4 \rangle_A^2 [e(p_1) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \mathcal{F} \cdot (1-f_1)(1-f_2) f_3 f_4 = 0 \quad , \quad (I.55)$$

et entraîne que \mathcal{F} doit satisfaire l'équation ;

$$[e(p_1) + e(p_2) - e(p_3) - e(p_4)] \cdot \mathcal{F}(\cdot) = 0 \quad , \quad (I.56)$$

dont la solution est une distribution \mathcal{F} proportionnelle à la distribution δ des quatre énergies. Si donc, le terme de collision doit conserver l'énergie par lui-même, comme l'indique la relation (I.54), il n'est pas possible de permettre des collisions nucléons-nucléons hors-couches sans

violer la conservation du premier moment de H. Néanmoins, l'efficacité du terme de collision dans le processus de thermalisation du système est effectivement liée à la prise en compte de ces processus hors-couches. On montre que la conservation de l'énergie peut alors être obtenue¹⁷ en considérant les contributions de corrélations à l'énergie totale du système, au-delà de l'énergie de champ moyen donnée par $E_{MF} = \text{Tr}_A [H_{MF} \rho^A]$.

Nous allons examiner maintenant quelques aspects (nécessairement restreints par une vue personnelle et limitée du problème) de la diffusion nucléon-nucléon et du formalisme des Lagrangiens effectifs qui militent en faveur d'une approche quantique relativiste du transport nucléaire.

II. AU-DELA DES CORRECTIONS NON-RELATIVISTES ?

Dans la recherche des évidences expérimentales susceptibles d'invalider le formalisme non-relativiste de la diffusion nucléon-nucléon dans le milieu nucléaire et conduisant à l'interaction effective $g(\omega)$ et au champ moyen, il est naturel de regarder la diffusion élastique relativiste de deux nucléons libres^{18,19}. Jusqu'au seuil inélastique ($T_{lab} < 300$ MeV) les effets relativistes sur les déphasages N-N, en particulier le couplage des états nucléon-antinucleon (paires $N\bar{N}$) sont faibles dans les ondes partielles périphériques et pourvu que le pion et le nucléon se couplent pseudovectoriellement (voire table I de la Réf. (19) et Réf. (20)).

Cependant, dans les ondes partielles $\ell=0$ et 1 ces effets croissent rapidement avec l'énergie et dès l'ouverture du canal inélastique un traitement relativiste à trois corps apparaît nécessaire. Pour la diffusion élastique l'unitarité de la matrice S est garantie par le choix d'éléments de matrice de la forme générale

$$S_J = e^{2i\delta_J} \quad , \quad (II.1)$$

avec δ_J un déphasage réel. Quand les canaux inélastiques s'ouvrent, le module de l'amplitude de diffusion reste inférieur ou égal à 1 et on utilise en général dans le cas non couplé la forme suivante pour S_J ²¹ :

$$S_J = \cos^2 \rho_J e^{2i\delta_J} \quad . \quad (II.2)$$

Ces paramètres $\eta_J = \cos^2 \rho_J$ sont la signature expérimentale du processus inélastique. Si les canaux NN sont pris seuls en compte, la solution des équations de diffusion relativiste (Bethe Salpeter) peut violer la condition d'unitarité, c'est-à-dire que le paramètre d'inélasticité pour une onde partielle donnée peut dépasser un. Ceci est illustré dans la figure (II-1), tirée de la Réf. (21).

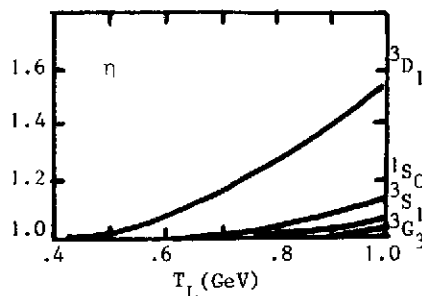


Fig. II-1

Le paramètre d'inélasticité η dans la région inélastique pour différentes ondes partielles du canal NN non couplé.

Avec des énergies de collision d'ions lourds croissantes on doit s'attendre à une importance grandissante du couplage aux canaux inélastiques dans les diffusions nucléon-nucléon individuelles. On voit que l'inclusion de ces processus dans un formalisme de transport apte à décrire ces collisions ne peut pas se faire de façon naïve sans violer l'unitarité de la matrice S en tentant, par exemple, d'ajouter simplement une partie imaginaire phénoménologique au potentiel nucléon-nucléon initial. On a affaire à un problème à 3 corps N- π - Δ non trivial, pour lequel cependant une extension des équations de Bethe Salpeter satisfaisant l'unitarité à 3 particules est possible²¹. Cette extension offre la perspective intéressante qui inclurait le canal inélastique jusqu'à des énergies de diffusion N-N de l'ordre de $T_{lab} \approx 1$ GeV. Dans ce cadre les corrections nécessaires d'inélasticité au champ moyen passent par une formulation covariante relativiste³¹.

Nous allons voir que dans un tel formalisme certaines propriétés spécifiques indiquent un mécanisme de construction des propriétés du champ moyen apparemment plus " efficace " que dans l'approche non relativiste.

Considérons le modèle le plus simple de Lagrangien effectif dit modèle " σ - ω ", proposé par J. Walecka et D. Serot²³. Le Lagrangien s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu}-M)\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\varphi\partial^{\mu}\varphi - m_{\sigma}^2\varphi^2) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\omega}^2V_{\mu}V^{\mu} + g_{\sigma}\bar{\psi}\psi\varphi - g_{\omega}\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi V^{\mu}, \end{aligned} \quad (II.3)$$

où ψ représente le champ du nucléon de masse M , φ celui du méson scalaire σ de masse m_{σ} et V_{μ} celui du vecteur ω de masse m_{ω} . Dans (II.3) la partie de régularisation du Lagrangien n'est pas indiquée car elle n'intervient pas dans ce qui suit, et, suivant la notation usuelle :

$$F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}V_{\nu} - \partial_{\nu}V_{\mu} \quad (II.4)$$

Dans le milieu nucléaire infini, invariant par translation, l'approximation de Hartree consiste à remplacer les champs scalaires φ et vecteur V_{μ} par leur valeur moyenne sur le vide $\langle\varphi\rangle$ et $\langle V_{\mu}\rangle = i\delta_{\mu 0}\langle V_0\rangle$. On obtient²³ ces quantités des équations obéies par φ et V_{μ} :

$$\begin{aligned} -m_{\sigma}^2\langle\varphi\rangle &= g_{\sigma}\langle\bar{\psi}\psi\rangle \\ &= g_{\sigma}\rho_{\sigma} \end{aligned} \quad (II.5)$$

$$\begin{aligned} m_{\omega}^2\langle V_0\rangle &= g_{\omega}\langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle \\ &= g_{\omega}\rho_B, \end{aligned} \quad (II.6)$$

où ρ_{σ} et ρ_B sont respectivement les densités scalaires et baryoniques du milieu. Définissant les potentiels scalaires et vecteur $U_{\sigma} = -g_{\sigma}\rho_{\sigma}/m_{\sigma}^2$ et $U_{\omega} = g_{\omega}\rho_B/m_{\omega}^2$, on obtient l'équation de Dirac à 1-corps que doit satisfaire le spineur $u(p,\lambda)$ du nucléon d'hélicité $\lambda(\pm 1)$ et d'énergie ε_p :

$$\left[\alpha \cdot p + \beta(M + U_{\sigma}) - (\varepsilon_p - U_{\omega}) \right] u(p,\lambda) = 0 \quad (II.7)$$

Dans cette équation les valeurs caractéristiques des champs scalaires et vectoriels pour une densité baryonique ρ_B donnée, différente de la densité normale $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, sont :

$$U_{\sigma} = -400 \cdot (\rho_B / \rho_0) \text{ (MeV)} \tag{II.8}$$

$$U_{\omega} = 300 \cdot (\rho_B / \rho_0) \text{ (MeV)} .$$

Posons :

$$\tilde{\epsilon}_p = \epsilon_p - U_{\omega} \tag{II.9}$$

$$\tilde{M} = M + U_{\sigma} .$$

La solution de (II.7) correspondant à $\tilde{\epsilon}_p > 0$ est celle d'un quasi-nucléon libre de masse effective \tilde{M} , de moment $p = |p|$ et d'hélicité λ . Elle s'écrit²³ :

$$u(p, \lambda) = \left[\frac{\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}}{2} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ p\lambda \\ \frac{\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}}{2} \end{pmatrix} \chi_{\lambda} . \tag{II.10}$$

Désignons par $u^0(p, \lambda)$ et $v^0(p, \lambda)$ les spineurs d'énergie $\pm \epsilon_p^0$ positive et négative des nucléons libres, et sans interaction, c'est-à-dire pour lesquels $U_{\sigma} = U_{\omega} = 0$, $\tilde{M} = M$. Le spineur $u(p, \lambda)$ peut alors s'écrire identiquement²² :

$$u(p, \lambda) = \frac{1}{2M(\epsilon_p^0 + M)^{1/2}(\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M})^{1/2}} \cdot \left\{ \left[(\epsilon_p^0 + M)(\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}) - p^2 \right] u^0(p, \lambda) + p\lambda \left[(\epsilon_p^0 + M) - (\tilde{\epsilon}_p + \tilde{M}) \right] v^0(p, -\lambda) \right\} . \tag{II.11}$$

Cette expression montre que l'interaction mélange les composantes d'énergie positive et négative des nucléons libres. A l'ordre le plus bas en p^2/M où $\epsilon_p^0 = M + \mathcal{O}(p^2/M)$ la correction $\delta u(p, \lambda)$ au spineur libre $u^0(p, \lambda)$ est déterminée par la différence $M - \tilde{M} = -U_{\sigma}$. C'est donc le champ scalaire qui induit la première correction relativiste à la propagation d'un état de particule simple d'énergie positive, comme l'indique la figure II-2a. La correction correspondante à l'énergie

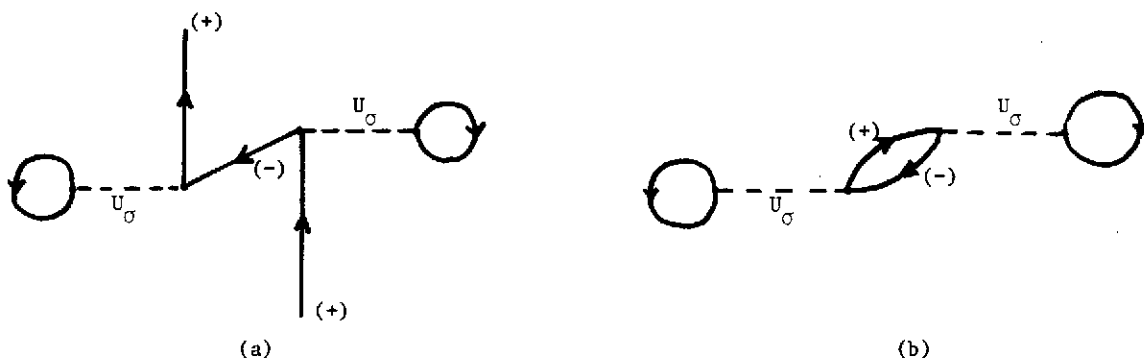


Fig. II-2

- (a) correction relativiste à la propagation d'un état de particule simple d'énergie positive.
- (b) La contribution correspondante à l'énergie.

par particule du milieu infini est donnée par la fig. II-2b. Elle est proportionnelle à U_{σ}^2 et peut être évaluée simplement à partir de (II.11). Elle s'écrit à l'ordre le plus bas en p/M :

$$\left(\frac{\Delta E}{A}\right) = \rho^{-1} \int \frac{d^3 p}{\lambda \tau} \left[\frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \theta(k_F - p) \frac{p^2 \lambda^2}{4M^4} U_\sigma^2 \bar{v}^0(p, -\lambda) v^0(p, -\lambda) \right] \quad (\text{II.12})$$

Prenant pour U_σ la valeur caractéristique donnée en (II.8), sommant sur l'hélicité et l'isospin en tenant compte que $\bar{v}^0 v = 2M$, on obtient²⁴ :

$$\left(\frac{\Delta E}{A}\right) \approx 4.2 \text{ MeV} \left(\frac{\rho_B}{\rho_0}\right)^{8/3} \quad (\text{II.13})$$

C'est une correction fortement saturante (elle croît avec la densité) spécifique au traitement relativiste puisque la propagation des états anti-nucléons n'est pas prise en compte dans le formalisme standard de la première section. Cependant, la figure II-2a met bien en évidence la nature de force à trois corps due au couplage scalaire des états $\bar{N}N$. Le traitement habituel des forces à trois corps²⁵ dans le milieu nucléaire fait intervenir l'échange du pion et du méson ρ entre trois nucléons par l'intermédiaire des états excités du nucléon. L'effet de saturation de ces forces dans la matière nucléaire est faible²⁶ et la question se pose donc de savoir si les corrections relativistes précédentes traitées comme force additionnelle à trois corps produisent effectivement le mécanisme de saturation supplémentaire qui fait défaut dans les approches non relativistes habituelles du problème nucléaire à N-corps.

A travers les relations (II.10) et (II.11) le modèle " σ - ω " met en évidence une propriété de base du formalisme relativiste en général : les états des nucléons individuels sont "habillés" à travers l'apparition de la masse effective \tilde{M} et de l'énergie \tilde{E}_p . Une différence essentielle entre l'interaction effective g relativiste et non-relativiste en découle : alors que dans les approches non-relativistes tous les effets de milieu ne peuvent apparaître que dans l'interaction effective, dans l'approche relativiste ils apparaissent à la fois dans la fonction d'onde et dans l'interaction effective et conduisent à une incorporation plus rapide et plus efficace des propriétés du milieu déterminant le champ moyen. C'est ce que nous allons voir en examinant le potentiel optique dans le modèle " σ - ω " précédent.

Dans le formalisme non-relativiste nous avons vu que la dépendance en énergie du potentiel optique n'apparaissait qu'en incluant les corrections du 2^e ordre ("polarisation" et "corrélacion") à l'approximation Hartree-Fock de l'opérateur de masse. La dépendance en énergie obtenue est linéaire^{5,12} jusque vers 200 MeV.

Considérons l'équation de Dirac (II.7) à quatre composantes. Si on élimine²³ les petites composantes pour se ramener à une équation de Schrödinger locale à deux composantes, il apparaît un terme potentiel central $U_c^{\text{opt}}(E)$ et un terme potentiel spin orbite à un corps $U_{ls}(E)$ qui s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_c^{\text{opt}}(E) \sim \frac{E}{M} U_\omega + U_\sigma + \frac{1}{2M}(U_\sigma^2 - U_\omega^2) \end{array} \right. \quad (\text{II.14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{ls}(E) \sim \frac{1}{2M} \cdot \frac{1}{E - U_\omega + U_\sigma + M} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (U_\sigma - U_\omega) \end{array} \right. \quad (\text{II.14}')$$

La dépendance linéaire en énergie du potentiel optique est obtenue à l'ordre le plus bas du développement de l'opérateur de masse (ici approximation de Hartree) et en accord avec les données empiriques^{5,23}. Pour que cet accord persiste après introduction des corrections de "polarisation" et de "corrélacion" présentes aussi dans le formalisme relativiste il est donc nécessaire que l'importance de ces corrections soit fortement réduite par rapport au cas non relativiste, ce qui impliquerait une meilleure convergence des développements de l'opérateur de masse par rapport au

cas non relativiste. A l'heure actuelle ceci n'est qu'une conjecture mais l'hypothèse mérite d'être vérifiée quantitativement. En effet, une évaluation rapide du petit paramètre de convergence K_2^R dans le cas relativiste donne une valeur réduite d'environ 20 % par rapport à la valeur K_2^{NR} non relativiste. Pour voir cela réécrivons le spineur $u(p, \lambda)$, éq. (II.11), sous la forme

$$u(k, \lambda) = [1 + \alpha(p)]^{-1/2} [u^0(p, \lambda) + \alpha(p)v^0(p, -\lambda)] \quad (II.15)$$

Pour $p \approx k_F$, $\alpha(p)_{\max} \approx 0.1$ en raison du champ scalaire important²³. La fonction d'onde totale du nucléon s'écrit :

$$\phi_p^{\lambda, \tau}(\underline{r}) = u(p, \lambda) \frac{e^{i\underline{p} \cdot \underline{r}}}{(2\pi)^{3/2}} \chi_\tau \quad (II.16)$$

et donc la blessure relativiste prend la forme :

$$K_2^R = \rho \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \left\langle \left[\psi_{j, \ell}^{\lambda_1 \tau_1, \lambda_2 \tau_2}(\underline{r}_1, \underline{r}_2) - \psi_{j, \ell}^{\lambda_1 \tau_1, \lambda_2 \tau_2}(\underline{r}_2, \underline{r}_1) \right]^2 d^3 r_1 d^3 r_2 \right\rangle_{AV}$$

Si l'on fait l'hypothèse raisonnable que les parties radiales des fonctions corrélées relativistes et non relativistes sont identiques, alors :

$$K_2^R \approx \langle [1 + \alpha(p)]^{-2} \rangle_{AV} K_2^{NR} \approx 0.8 K_2^{NR} \quad (II.17)$$

Les calculs d'interaction effective relativiste actuels sont en mesure de donner une valeur précise du paramètre de blessure, K_2^R , mais cet aspect du problème de convergence reste à examiner en détail. L'issue en est une appréciation quantitative de l'importance des collisions résiduelles dans une approche relativiste du transport nucléaire. Dans le contexte astrophysique de la description de la matière nucléaire dense où une telle approche²⁷ est communément utilisée, l'effet des collisions résiduelles est négligé par rapport au champ moyen relativiste sur l'argument que, dans le modèle " σ - ω ", l'énergie de corrélation au 2^e ordre, représentée par le diagramme d'interaction à 2 mésons scalaires σ de la figure II-3,

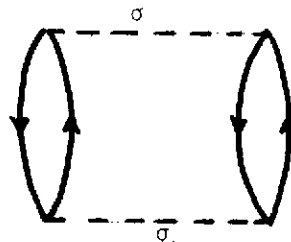


Figure II-3 : Contribution directe au 2^e ordre dans l'échange du méson scalaire σ à l'énergie.

se comporte à haute densité comme²⁸ :

$$\epsilon_2^d(\rho) \xrightarrow{\rho/\rho_0 \gg 1} -g^4 \rho^{4/3} \text{Log} \left[\frac{4 \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3}}{m_\sigma^2} \right], \quad (\text{II.18})$$

alors que l'énergie de champ moyen (Hartree) se comporte en ρ^2 et fournit donc le terme dominant. Cependant, les études non relativistes et plus récemment relativistes^{22,31} de l'interaction effective dans la matière nucléaire ont montré l'importance des diagrammes de second ordre du type de la figure II-3 en raison de la présence d'une force tenseur nucléon-nucléon importante due à l'échange du pion et du méson ρ non présents dans le modèle " σ - ω " sur lequel est basée l'argumentation précédente. Il semble donc que la question de l'importance des corrections de corrélation au champ moyen relativiste reste posée et que l'approche du transport nucléaire telle qu'utilisée en astrophysique²⁷ soit à reconsidérer dans le contexte de la description des collisions d'ions lourds aux énergies supérieures à quelques dizaines de MeV/A³.

Il est clair que les arguments exposés ci-dessus sont assez rudimentaires et non déterminants en l'état actuel de l'étude de l'opérateur de masse relativiste. Si cette étude débouche effectivement sur une moindre importance des corrections de polarisation et de corrélation au champ moyen que dans le cas non relativiste dans le domaine d'énergie intermédiaire envisagé, alors la dérivation et l'utilisation d'une théorie quantique relativiste du transport nucléaire se trouveraient pleinement justifiées.

CONCLUSION

A travers la relation de dispersion reliant parties réelle et imaginaire de l'opérateur de masse nous avons mis en évidence le lien auto-consistant étroit existant entre les termes de gain et de perte et le champ moyen des équations de transport couramment utilisées pour décrire les collisions d'ions lourds aux énergies de quelques dizaines de MeV/A. Ces contraintes sont fondamentales car, seules leurs prises en compte permettent d'éliminer les ambiguïtés liées aux choix semi-phénoménologiques, d'un côté d'un champ moyen (équation d'état), et de l'autre à l'intensité du terme de collision^{29,30}.

Il est donc clair que l'étude des limitations du modèle théorique de transport passe par l'élimination de choix semi-empiriques plus ou moins "habiles" de ces ingrédients de départ.

Cependant, dans la 2^e section, nous avons développé quelques arguments tendant à montrer que l'étendue des corrections au champ moyen dépasse le cadre non-relativiste. La formulation d'une théorie relativiste du transport nucléaire³ est déjà adondamment discutée, mais rencontre des difficultés formelles importantes.

Un aspect intéressant par rapport au cas non-relativiste et qui peut mériter quelques développements, dans la région d'énergie de collisions de quelques dizaines de MeV/A, est la possibilité d'une moindre importance des corrections au champ moyen relativiste. A travers l'habillage des fonctions d'onde individuelles du nucléon en plus de l'interaction effective comme c'est seulement le cas dans le formalisme non-relativiste, la construction du champ moyen apparaît plus "efficace". Si une meilleure convergence de l'opérateur de masse relativiste s'avérait fondée, il est clair que les conséquences sur la formulation de la théorie relativiste du transport nucléaire seraient importantes.

REFERENCES

- 1) " Time dependent Hartree-Fock method " Editions de Physique, Orsay-Saclay, Mai 1979, P. Bonche, B. Giraud, Ph. Quentin éditeurs.
- 2) Y. Yariv, Z. Frankel, Phys. Rev. C20 (1979) 2227 ; J. Cugnon, T. Mizutani, J. Vandermeulen, Nucl. Phys. A352 (1981) 505 ; G. Bertsch, J. Cugnon, Phys. Rev. C24 (1981) 2514.
- 3) R. Malfliet, B. Ter Haar, Phys. Lett. 172B (1986) 10 ; H. Th. Elze, M. Gyulassy, D. Vasak, H. Heinz, H. Stöcker, W. Greiner, preprint 191/1986 Institut de Physique Théorique, Université de Mayence D6000 Frankfurt am Main (RFA) ; E. Calzetta, S. Habib, B.L. Hu, preprint UMP 87-198, Department of Physics and Astronomy, University of Maryland College Park, Maryland 20742 (USA) ; D. Vasak, M. Gyulassy, H.T. Elze, Ann. Phys. 173 (1987) 462.
- 4) A.L. Fetter, J.D. Walecka " Quantum Theory of Many-Particle Systems " McGraw Hill, Inc. 1971.
- 5) J.P. Jeukenne, A. Lejeune, C. Mahaux, Phys. Rep. 25C (1976) 85.
- 6) K.A. Brueckner, J.L. Gammel, H. Weitzner, Phys. Rev. 110 (1958) 431 ; C. Mahaux, P.F. Bortignon, R.A. Broglia, C.M. Dasso, Phys. Rep. 120 (1985) 1.
- 7) H.A. Bethe, Ann. Rev. of Nucl. Sci. 21 (1971) 93.
- 8) B.D. Day, Rev. Mod. Phys. 50 (1978) 495.
- 9) L.P. Kadanoff, G. Baym " Quantum Statistical Mechanics ", The Benjamin/Cummings Publ. C., Inc. Reading, Massachusetts, 1962.
- 10) P. Danielewicz, Ann. Phys. 152 (1984) 239 ; 152 (1984) 305.
- 11) H.H.K. Tang, P.J. Siemens, Nucl. Phys. A453 (1986) 251.
- 12) A. Lejeune, P. Grangé, M. Martzloff, J. Cugnon, Nucl. Phys. A453 (1986) 189 ; J. Cugnon, A. Lejeune, P. Grangé, Phys. Rev. C32 (1987) 861 ; P. Grangé, J. Cugnon, A. Lejeune, Nucl. Phys. A473 (1987) 365.
- 13) D. Gogny, Proceedings of the International Conference on Nuclear Selfconsistent Fields, Trieste, 1975. G. Ripka, M. Porneuf, Eds. North-Holland, Amsterdam 1975.
- 14) J. Coté, B. Rouben, R. de Turreil, D.W.L. Sprung, Nucl. Phys. A273 (1976) 269.
- 15) R. Sartor, C. Mahaux, Phys. Rev. C21 (1980) 1546.
- 16) V. Bernard, C. Mahaux, Phys. Rev. C23 (1981) 888.
- 17) P. Grangé, H.A. Weidenmüller, G. Wolschin, Ann. Phys. 136 (1981) 190.
- 18) K. Holinde, Phys. Rep. 68C (1981) 122.
- 19) M.J. Zuilhof, J.A. Tjon, Phys. Rev. C24 (1981) 736.
- 20) M.J. Zuilhof, J.A. Tjon, Phys. Rev. C26 (1982) 1277.
- 21) E. Van Faassen, T.A. Tjon, Phys. Rev. C33 (1986) 2105.
- 22) C.J. Howitz, B.D. Serot, Nucl. Phys. A464 (1987) 613.
- 23) B.D. Serot, J.D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. 16, ed. J.W. Negele and E. Vogt (Plenum N.Y. 1986) ; A. Bouyssy, J.F. Mathiot, N. Van Giai, S. Marcos, Phys. Rev. C36 (1980) 36.
- 24) G.E. Brown, W. Weise, G. Bayen, J. Speth, Comments Nucl. Part. Phys. 17 (1987) 39.
- 25) R.G. Ellis, S.A. Coon, B.H.J. McKellar, Nucl. Phys. A438 (1985) 631.
- 26) M. Martzloff, B. Loiseau, P. Grangé, Phys. Lett. 92B (1980) 46.
- 27) J.D. Alonso, Ann. Phys. 160 (1985) 1.
- 28) M. Buttan, Phys. Lett. 79B (1978) 27.
- 29) Ch. Grégoire, " Cours Ecole Joliot-Curie 1987 " et références attenantes.
- 30) C. Gale, G. Bertsch, S. Das Gupta, Phys. Rev. C35 (1987) 1666.
- 31) B. Ter Haar, R. Malfliet, Phys. Rep. 149 (1987) 207.