

## Effet EMS et pions dans les noyaux

M. Ericson

► **To cite this version:**

M. Ericson. Effet EMS et pions dans les noyaux. École thématique. Ecole Joliot Curie "Mésons, baryons, quarks et physique nucléaire", Bombannes, (France), du 17-21 septembre 1984 : 3ème session, 1984. <cel-00640931>

**HAL Id: cel-00640931**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00640931>**

Submitted on 14 Nov 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**EFFET EMC ET PIONS DANS LES NOYAUX**

**M. ERICSON**

Institut de Physique Nucléaire, Université Claude Bernard Lyon-1, Villeurbanne  
et  
CERN, Genève (Suisse)

Mon séminaire portera sur la question de pions dans les noyaux et le problème de la force Gamow-Teller. Cependant mes premiers transparents concerneront l'effet EMC. Ce n'est pas seulement parce que c'est un sujet à la mode, ni même que c'est l'une des découvertes les plus excitantes en physique nucléaire ces dernières années. La raison est qu'il y a (peut-être) un lien avec les premiers problèmes.

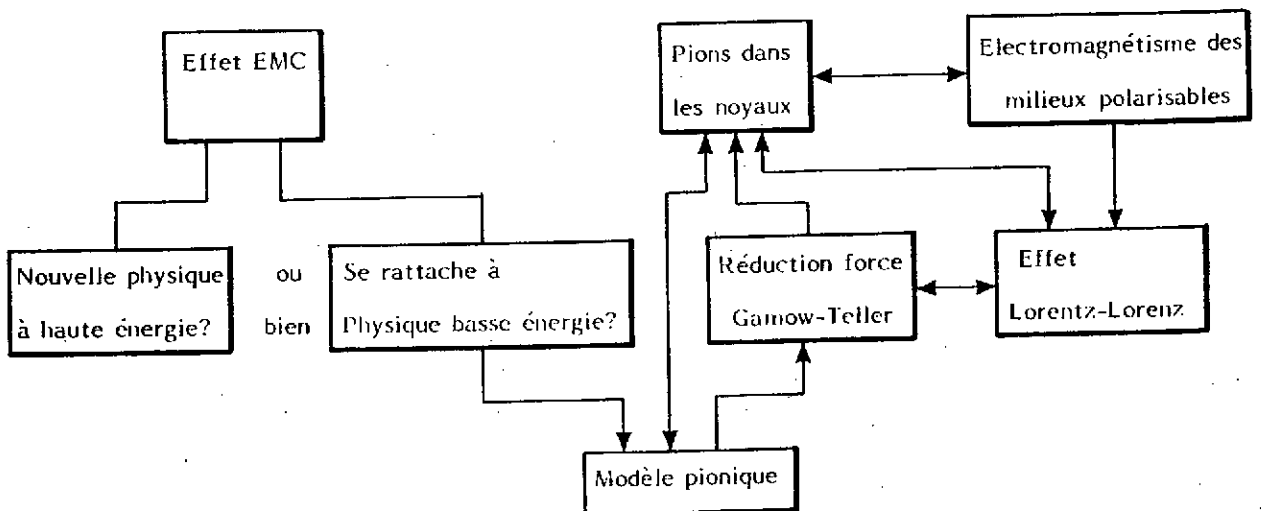
### I - EFFET EMC

Pourquoi la découverte de l'effet EMC est-elle tellement importante ? Parce que, pour la première fois, on a un accès direct à la structure en quarks du noyau, un sujet d'une actualité brûlante. Lorsqu'on parle des degrés de liberté de quarks dans le noyau qu'entend-on par là ? Que des quarks du noyau se manifestent dans certaines circonstances ne fait pas de doute. Les expériences de diffusion profondément inélastiques qui ont conduit à la découverte de l'effet EMC sont précisément destinées à mettre en évidence cette structure en quark des nucléons, ou des noyaux. Le régime choisi est celui où ce sont les degrés de liberté de quarks qui se manifestent, de la même façon qu'à plus basse énergie se manifeste la présence des nucléons ou bien dans d'autres occasions celle des mésons et des excitations baryoniques. Les questions que l'on se pose au sujet des degrés de liberté de quarks sont de deux ordres. La première est de savoir si ces degrés de liberté influencent certains processus dans la physique de basse énergie, bien qu'alors ce soit d'autres degrés de liberté qui prédominent (ceux de nucléons et mésons). Une telle situation existe pour les degrés de liberté surnucléoniques dont on pense par exemple qu'ils influencent les interactions faibles à basse énergie, où cependant les nucléons prédominent (voir partie III).

La deuxième question concerne la distribution des quarks dans les noyaux. Restent-ils totalement confinés ou bien un déconfinement partiel ou total se produit-il ? L'effet EMC pour la première fois a donné des indications à ce sujet : la structure en quarks du noyau n'est pas celle qui est formée en superposant celle des nucléons isolés. La façon exacte dont la modification se produit n'est pas encore établie ; un très grand nombre de suggestions ont été faites pour l'expliquer. Elles se divisent en deux catégories : pour les unes c'est un effet de déconfinement qui apparaît seulement parce que l'on explore le noyau à très grande énergie ; il n'est pas relié à la physique de basse énergie. Pour les autres au contraire l'effet EMC a été détecté pour la première fois à haute énergie mais il traduit une modification de la distribution des quarks dans le noyau présente également à basse énergie. Parmi ces modèles citons la suggestion que les nucléons "enflent" lorsqu'ils sont immergés dans le milieu nucléaire, B. Frois vous a décrit le type d'expérience actuellement en cours sur la diffusion inélastique d'électrons destinés à vérifier ou infirmer cette hypothèse. Le modèle pionique de l'effet EMC fait également partie de la seconde catégorie et se rattache au problème des pions de basse énergie dans le milieu nucléaire.

Ce modèle pionique suppose tout d'abord que l'augmentation observée pour les petites valeurs de la variable d'échelle  $x$  est due à une augmentation de la mer de quarks dans les noyaux. De plus, dans ce modèle, cette augmentation est liée à un accroissement de la densité du nuage pionique dans les noyaux. En effet le pion étant lui même une paire  $q\bar{q}$  doit participer à la fonction de structure du nucléon, faire partie de la distribution des quarks de la mer. Une modification du nuage pionique dans le noyau se répercute alors sur la fonction de structure.

Mon séminaire portera donc sur le problème des pions dans le noyau, que je discuterai par l'analogie avec les phénomènes électromagnétiques des milieux polarisables. Nous parlerons également de la réduction de la force Gamow-Teller, problème lié aux précédents, l'articulation entre les différents domaines s'effectuant comme suit :

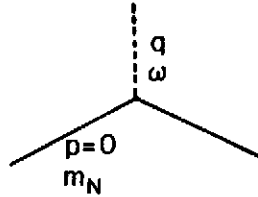


## II - PIONS DANS LES NOYAUX

Nous allons tout d'abord discuter le problème du nucléon isolé.

### 1) Nucléon isolé

Lorsqu'un nucléon au repos émet un pion de moment  $q$  son énergie de recul est  $\omega = q^2/2m_N$ .



Nous considérerons la limite statique où cette énergie est prise égale à zéro ( $m_N \rightarrow \infty$ ). Le pion a donc une énergie nulle. Il est virtuel puisque la relation  $\omega^2 = q^2 + m_\pi^2$  n'est pas satisfaite. Un tel pion ne peut s'éloigner beaucoup de la source qui lui donne naissance, après un temps  $t \approx 1/m_\pi$  ( $\hbar=c=1$ ) il doit être réabsorbé par le nucléon. C'est le fameux champ de Yukawa avec sa décroissance exponentielle en  $e^{-m_\pi x}/x$ .

### Le nucléon source du champ pionique : un émetteur dipolaire

Le pion étant un objet pseudoscalaire se couple au spin du nucléon. L'expression du champ pionique est :

$$\psi(x) = -\frac{1}{4\pi} \frac{g_\pi}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \left( e^{-m_\pi x}/x \right) \quad (1)$$

qui est bien un pseudoscalaire puisque le spin ne change pas de signe alors que le terme  $\vec{\nabla}$  change sous réflexion des coordonnées d'espace ;  $g_\pi$  est la constante de couplage  $\pi N$ .

Analogies électro-magnétiques : on remarque immédiatement l'analogie avec l'expression du potentiel engendré par un dipole ponctuel de moment  $\vec{M}$

$$V(x) = -\frac{1}{4\pi} \vec{M} \cdot \vec{\nabla} \left( 1/x \right) \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) ne diffèrent que par la décroissance exponentielle  $e^{-m_\pi x}$  du champ de Yukawa. Dans la limite chirale ( $m_\pi \rightarrow 0$ ) les deux expressions sont identiques. On a donc les analogies suivantes :

pionique		électromagnétique
$\varphi$	$\longleftrightarrow$	$V$
$\frac{g_N}{2m_N} \vec{\sigma}$	$\longleftrightarrow$	$\vec{M}$
$-\vec{\nabla}\varphi$	$\longleftrightarrow$	$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

Le champ pionique obéit à l'équation d'onde

$$\left(-\nabla^2 + m_\pi^2\right) \varphi(x) = j_\pi(x) = -\frac{g_N}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (3)$$

où  $j_\pi$  est la source pionique (un pion virtuel a besoin d'une source pour l'engendrer) on remarque de nouveau l'analogie (au terme en  $m_\pi^2 \varphi$  près) avec l'équation de Poisson :

$$-\nabla^2 V(x) = \rho_e(x) = -\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (4)$$

où  $\rho_e$  est la densité de charge qui pour un dipole ponctuel est égal à  $-\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \delta(x)$

Nous allons à présent passer au cas du nucléon placé dans le milieu nucléaire où nous allons poursuivre les analogies

## 2) Nucléon dans le milieu nucléaire

Le nucléon source est placé à l'origine et le milieu nucléaire est infini (la généralisation à d'autres cas se faisant assez aisément).

Les nucléons avoisinants sont soumis à l'action du champ pionique du nucléon source. Or ces nucléons ne sont pas inertes, ils répondent à l'action de ce champ. Lorsqu'un pion les frappe, ils sont excités (i. e. ils se transforment en une résonance baryonique). Il y a apparition d'un dipole (axial ou pionique) induit. Je vous rappelle à ce sujet la relation entre la réponse d'un système et ses excitations dans le cas du champ électrique  $E$  où la réponse est donnée par la susceptibilité électrique  $\alpha$  du système. Celle-ci est fournie par l'expression suivante de l'énergie du système  $W = \frac{1}{2} \alpha \cdot E^2$ , évaluée au 2ème ordre de la théorie de perturbations :

$$W = \frac{1}{2} \alpha E^2 = \sum_m \frac{|\langle 0 | \mathcal{H} | m \rangle|^2}{E_m - E_0} \quad (5)$$

$\mathcal{H}$  étant le hamiltonien de couplage du système au champ électrique,  $|m\rangle$  les excitations du système. Une expression identique s'applique aux pions avec le remplacement de  $\vec{E}$  par  $-\vec{\nabla}\varphi$ . Le moment dipolaire induit par unité de volume du milieu nucléaire est relié à la réponse  $a$  du nucléon par  $\vec{P} = -\alpha \vec{\nabla}\varphi$  avec  $d = \alpha \xi$ . La connaissance de  $a$  détermine  $\alpha$ .

Il se trouve que pour les pions il y a une excitation qui est privilégiée, c'est la résonance  $\Delta_{33}$  à 1232 MeV, qui est très fortement couplée au pion comme le montrent les courbes de section efficace totale  $\pi N$  (Figure 1).

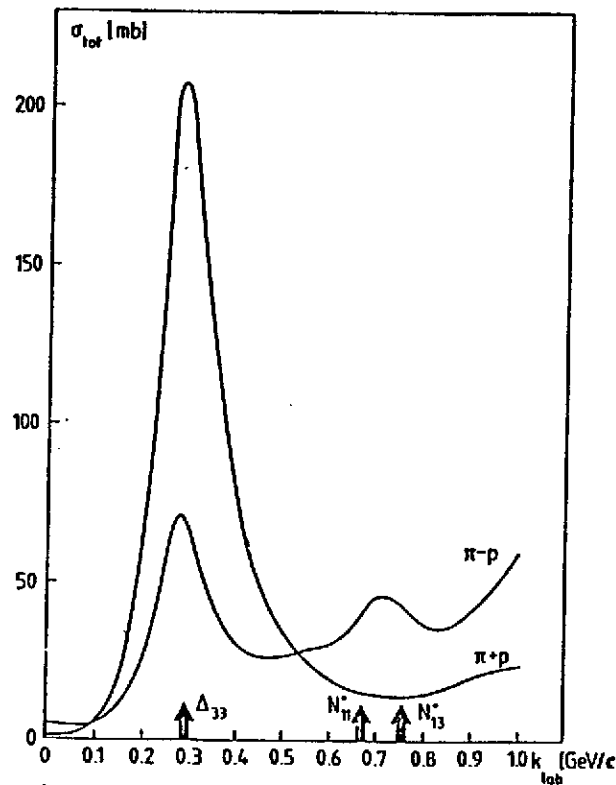


Figure 1

Ici l'on peut suivre 2 voies qui sont à peu près équivalentes pour décrire la réponse  $a$  du nucléon.

- i) l'hypothèse de la dominance  $\Delta$ .
- ii) traiter  $a$  comme un paramètre phénoménologique à déduire d'expériences.

Dans l'hypothèse i) on néglige toutes les autres excitations que le  $\Delta$ . Dans ce cas la susceptibilité  $a$  devient simple à évaluer. Le hamiltonien de couplage  $N \Delta$  par le pion est connu (voir le cours de B.Desplanques) on trouve :

$$a = \frac{8}{9} \frac{f_{\Delta}^2}{m_{\pi}^2 \omega_{\Delta}} = -4.9 m_{\pi}^{-3} \quad (6)$$

où  $f_{\Delta}$  est la constante de couplage  $\pi N \Delta$  (qui est 2 fois celle du nucléon dans le modèle de Chew-Low  $f_{\Delta}^2 / 4\pi = 4 \times 0.08$ ).

ii) Dans l'approche empirique on détermine la quantité  $a$  à partir des déphasages  $p$   $\pi N$ . Le caractère dipolaire des amplitudes  $p$ , qui est évident, est rappelé dans l'analogie ci-dessous. Celle d'une sphère diélectrique placée dans un champ uniforme  $E$  et celle d'un nucléon soumis à l'action de champ pionique uniforme  $\vec{\nabla} \Psi = \vec{E}$

Dans le cas électrique le potentiel en présence de la sphère est :

$$V(x) = -\vec{E} \cdot \vec{x} + \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} = -\vec{E} \cdot \vec{x} + \frac{a}{4\pi} \frac{\vec{E} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (7)$$

où  $\vec{M}$  est le moment induit de la sphère  $\vec{M} = a \vec{E}$ .

Dans le cas pionique l'onde pionique  $\Psi$  est donnée par :

$$\Psi_p(x) \approx \left[ j_1(kx) - \delta_p n_1(kx) \right] \cos \Theta \quad (8)$$

où  $n_1$  est la fonction de Bessel irrégulière à l'origine et  $\delta_p$  le déphasage  $p$ . Dans la limite

$$k \rightarrow 0, \quad j_1(kx) = kx/3, \quad n_1(kx) = -1/(k^2 x^2)$$

$$\Psi(x) \rightarrow \frac{1}{3} \left[ \vec{k} \cdot \vec{x} - 3 \frac{\delta_p}{k^3} \frac{\vec{k} \cdot \vec{x}}{x^3} \right] \quad (9)$$

ce qui suggère l'identification de la réponse pionique  $a$  avec

$$a = 4\pi \left[ 3 \delta_p / k^3 \right]_{k \rightarrow 0} = 4\pi c$$

où  $c$  est le volume de diffusion  $p$ .



Ce volume est connu expérimentalement (à une petite extrapolation près hors de la couche de masse puisque l'on s'intéresse à des pions statiques). L'on trouve ainsi  $a = 2.5 m_{\pi}^{-3}$ , valeur un peu supérieure à celle du modèle  $\Delta$ .

Les deux méthodes ont leur attrait. Le modèle  $\Delta$  fait intervenir de façon symétrique  $N$  et  $\Delta$  qui se transforment l'un dans l'autre sous l'action du champ pionique. Sa spécificité masque cependant les analogies e.m qui ont été fructueuses puisqu'elles ont permis la prévision d'un certain nombre de phénomènes physiques. De plus il sous-estime un peu la susceptibilité axiale nucléonique.

Ayant alors défini la réponse  $\alpha$  du milieu nucléaire nous déduisons l'effet de l'influence de ce milieu en étendant l'analogie de l'équation de Poisson aux milieux polarisables. Dans ce cas il faut ajouter aux charges libres  $\rho_e$  les charges de polarisation  $\rho_{pd} = \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$  et l'équation de Poisson devient :

$$-\nabla^2 V = \rho + \alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad (10)$$

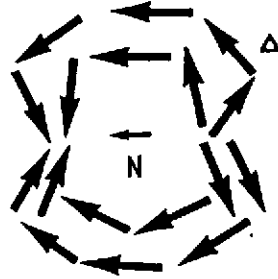
Il en est de même dans le cas pionique où l'équation d'onde du champ est :

$$\left(-\nabla^2 + m_{\pi}^2\right) \varphi(x) = - \frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) - \alpha \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \varphi) \quad (11)$$

ou encore :

$$-(1-\alpha) \nabla^2 \varphi + m_{\pi}^2 \varphi = - \frac{g_{\pi}}{2m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (12)$$

L'influence du milieu se traduit par la présence de la constante dimésique  $\epsilon = 1 - \alpha$  qui est inférieure à 1. Le milieu est diamagnétique. Il l'est même très fortement puisque cette constante est petite. En fait il s'agit presque d'un diamagnétique parfait où  $\epsilon = 0$  (c'est-à-dire un supraconducteur). Il n'est donc pas surprenant que l'influence du milieu soit importante. Avant de discuter le type de modification introduite dans le champ  $\varphi$  par le terme  $\alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \varphi$  faisons une pause pour étudier ce que nous avons fait en introduisant la polarisabilité. Nous avons introduit le fait qu'un nucléon s'entoure d'un nuage de polarisation (de  $\Delta$ ) dont les spins sont alignés le long de  $\vec{\nabla} \varphi$ .



Mais la polarisation est équivalente à la diffusion  $p$ . Donc en introduisant les effets de polarisation nous avons pris en compte la diffusion par les autres nucléons du pion émis par le nucléon source. La nouvelle équation d'onde est équivalente à une théorie de diffusion multiple pour le pion virtuel émis par le nucléon source (en négligeant la diffusion due à l'onde  $s$ ).

#### Expression de $\Psi$ dans le milieu

Elle s'étudie plus aisément dans l'espace des moments. Dans le cas libre l'équation (1) donne dans l'espace des moments :

$$(q^2 + m_\pi^2) \Psi_{\text{libre}}(q) = - \frac{i g_\pi}{2 m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \quad (13)$$

Pour le milieu, à partir de (12) l'on trouve :

$$[(1-d)q^2 + m_\pi^2] \Psi(q) = - \frac{i g_\pi}{2 m_N} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \quad (14)$$

En faisant le rapport de ces deux expressions on déduit :

$$R = \frac{\Psi(q)}{\Psi_{\text{libre}}(q)} = \frac{q^2 + m_\pi^2}{(1-d)q^2 + m_\pi^2} \quad (15)$$

Pour  $q = 0$   $R = 1$ . Lorsque  $q$  augmente son influence est moindre dans le dénominateur puisque  $1 - \alpha$  est petit et  $R$  augmente. En particulier pour de très grandes valeurs de  $q$   $R$  est très grand. Le nuage de pions est plus dense dans le milieu nucléaire.

En fait cette description est beaucoup trop simpliste. L'allure de  $R$  est incorrecte à la fois à grand et petit  $q$  (Figure 2).

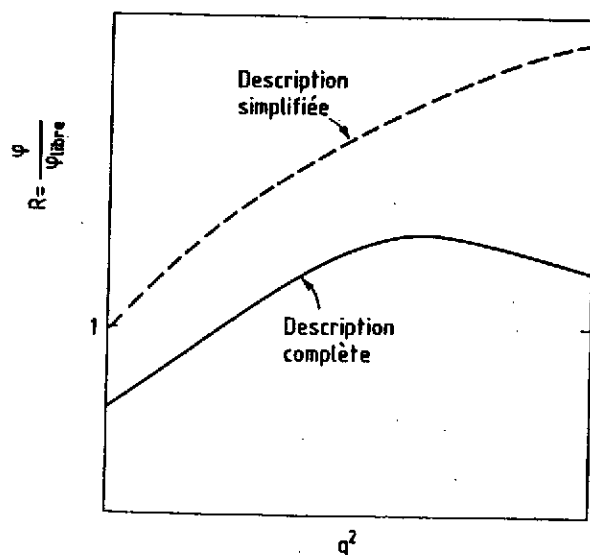


Figure 2

Pour les grands  $q$  nous avons négligé tous les effets de coupure et avons pris  $\alpha$  constant. En réalité il doit tendre vers zéro à grand  $q$  où  $R$  doit tendre vers 1.

À petit  $q$  notre description est fautive également.  $R$  n'est pas égal à l'unité mais doit devenir inférieur à 1, comme est expliqué ci-dessous.

#### Au delà de la description simplifiée. L'effet Lorentz-Lorenz.

Nous avons jusqu'ici supposé le milieu nucléaire homogène autour du nucléon source et pris comme une constante indépendante de  $x$ . En réalité cela n'est pas le cas. Une fois que nous avons fixé le nucléon source à l'origine les autres nucléons ne sont pas répartis uniformément autour de lui. Il y a des corrélations à deux corps. Elles empêchent en particulier les autres nucléons de s'approcher du nucléon source (répulsion à courte distance de l'interaction NN). Simulons ces corrélations par un trou de rayon  $d$  dans la distribution des nucléons ; dans ce cas  $\rho(x) = \rho_0 \Theta(x - d)$  ;  $d$ , de l'ordre de 0.8 fm, est plus petit que la longueur d'onde Compton du pion  $1/m_\pi = 1.4$  fm. Les phénomènes qui se produisent à cause de l'existence de ce trou sont donc pratiquement indépendants de la décroissance exponentielle du champ de pion qui ne se manifeste pas à cette échelle. Les phénomènes qui se

produisent par suite de l'inhomogénéité du milieu sont donc identiques au cas e.m, nous n'aurons pas besoin de transposer. Nous allons donc étudier :

### Le dipole dans une cavité

Un dipole est placé au centre d'une cavité creusée dans un milieu diélectrique. A l'extérieur de la cavité le champ est de la forme dipolaire :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{x}) = \frac{C}{4\pi(1-d)} \frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (16)$$

A l'intérieur il a la forme dipolaire à proximité du dipole mais il faut ajouter un potentiel de la forme  $M \cdot x$  (dont le laplacien est nul) de manière à satisfaire aux conditions aux limites et

$$V_{\text{int}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{\vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} + A \vec{M} \cdot \vec{x} \right] \quad (17)$$

C et A sont des paramètres qui sont à déterminer par les conditions aux limites à la surface de la cavité, continuité de V et de la composante normale du vecteur déplacement, ce qui donne les deux équations :

$$\begin{aligned} 1 + A d^3 &= C / (1-d) \\ 2 - A d^3 &= 2C \end{aligned} \quad (18)$$

d'où on déduit :

$$C = (1-d) / \left(1 - \frac{2}{3}d\right) \approx 1 - \frac{d}{3} + O(d^2)$$

Je n'entrerai pas dans les subtilités de ce résultat mais discuterai seulement le 1er ordre en  $d$ .

L'expression du potentiel à l'extérieur est donc :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{1-d} \frac{(1-d/3) \vec{M} \cdot \vec{x}}{x^3} \quad (19)$$

C'est celui crée dans un milieu diélectrique (homogène) par un dipole de moment  $(1 - \frac{\alpha}{3}) \vec{M}$ .

L'homogénéité du milieu s'est traduit par une renormalisation de la force du dipole par un facteur  $1 - \frac{\alpha}{3}$  (indépendant du rayon  $d$ ). C'est l'effet Lorentz-Lorenz (L.L.) Dans le cas des pions il s'agit d'une suppression puisque  $\alpha > 0$ . L'équation d'onde du champ est alors :

$$-(1 - \alpha) \nabla^2 \psi(x) + m_\pi^2 \psi(x) = -\frac{g_\pi}{2m_N} (1 - \frac{\alpha}{3}) \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \delta(x) \quad (20)$$

ce qui donne dans l'espace des moments :

$$\psi(q) = \frac{i g_\pi}{2m_N} (1 - \frac{\alpha}{3}) \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{(1 - \alpha) q^2 + m_\pi^2} \quad (21)$$

A  $q = 0$   $R = \frac{\psi}{\psi_{\text{libre}}}$  est inférieur à 1.

A grand  $q$   $\psi$  est soumis à deux influences opposées :

- le facteur L.L. d'une part qui produit une diminution et la présence du terme  $(1 - \alpha) q^2$  au dénominateur d'autre part qui augmente  $\psi$ . Lequel l'emporte ? Cela dépend. La réalité en ce qui concerne les effets de courte distance (facteur L.L.) est plus complexe que je n'ai décrit ici. Elle est même si complexe que l'on renonce quelquefois à la décrire de façon microscopique et que l'on écrit le facteur L.L. comme  $1 - g' \alpha$ ,  $g'$  étant le paramètre phénoménologique de Landau-Migdal, (les estimations théoriques pour ce paramètre se situent entre 0,4 et 0,6). L'augmentation de  $\psi$  à grand  $q$ , est donc fortement corrélée avec le facteur de suppression à  $q = 0$ . La seule information expérimentale provient de la réduction de la force Gamow-Teller dont je vais parler brièvement.

### III - FORCE GAMOW TELLER

Les transitions Gamow-Teller (G.T.) sont celles qui font intervenir simultanément le spin et l'isospin des nucléons. Il a été observé que la force pour ces transitions est plus petite que prévu. L'évidence, obtenue tout d'abord par les réactions (p, n) est d'autant plus convainquante qu'il existe une règle de somme dont B.Desplanques parlera. Une interprétation naturelle pour cette réduction est l'effet L.L. discuté précédemment. Nous avons vu qu'un nucléon est entouré par un nuage de polarisation de  $\Delta$  dont les spins sont alignés suivant la direction de  $\vec{\nabla} \psi$ . Il n'est pas possible de retourner le spin d'un nucléon sans retourner celui du nuage de polarisation qui l'entoure. A transfert de moment nul (situation de la

désintégration  $\beta$ ) ce nuage produit un effet d'écran qui diminue l'intensité des transitions spin-flip par le facteur  $L.L.$  (carré puisqu'il s'agit d'une intensité)  $(1 - g'd)^2$ , ce qui expliquerait la diminution observée. Cependant ceci n'est pas le seul mécanisme de réduction. La quantité  $g'$  n'étant pas connue par ailleurs (pour les initiés il s'agit ici de  $g'_{N\Delta}$  qui mélange les configurations  $N\dot{N}^{\Delta}$  et  $N^{\Delta}\dot{N}$ ) la question de l'origine de la réduction est encore controversée. Si toute la réduction est attribuée au  $\Delta$  on déduit de la suppression observée des valeurs de  $g'$  comprises entre 0.4 et 0.7. Elles deviendraient plus petites si l'on tient compte d'autres mécanismes de réduction. Ces valeurs laissent de la place pour une certaine augmentation du champ  $\Psi$  à grand moment.

### CONCLUSIONS

Pour l'effet EMC la participation des pions à la distribution des quarks de la mer implique une intégration sur l'énergie et le moment du pion échangé. Ce sont alors les grands moments qui contribuent, là où une augmentation est attendue qui pourrait être à l'origine de l'effet EMC pour les petites valeurs de  $x$ . L'effet EMC ne serait donc pas sans lien avec la réduction de la force Gamow-Teller ce qui serait un bel exemple d'unité de la physique. Mais les interprétations des deux effets par la polarisation du milieu restent encore à vérifier.

Ce séminaire étant de nature qualitative ne contient pas de référence. Celles-ci sont données dans les cours de cette école se rapportant aux divers sujets mentionnés ici.