

# Comparaison entre hydrodynamique et modèle de cascade intranucléaire

J. Cugnon

► **To cite this version:**

J. Cugnon. Comparaison entre hydrodynamique et modèle de cascade intranucléaire. École thématique. Ecole Joliot Curie "Collisions nucléaires aux énergies voisine de l'énergie de Fermi", Bombannes, (France), du 13-17 septembre 1982: 1ère session, 1982. <cel-00637994>

**HAL Id: cel-00637994**

**<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00637994>**

Submitted on 3 Nov 2011

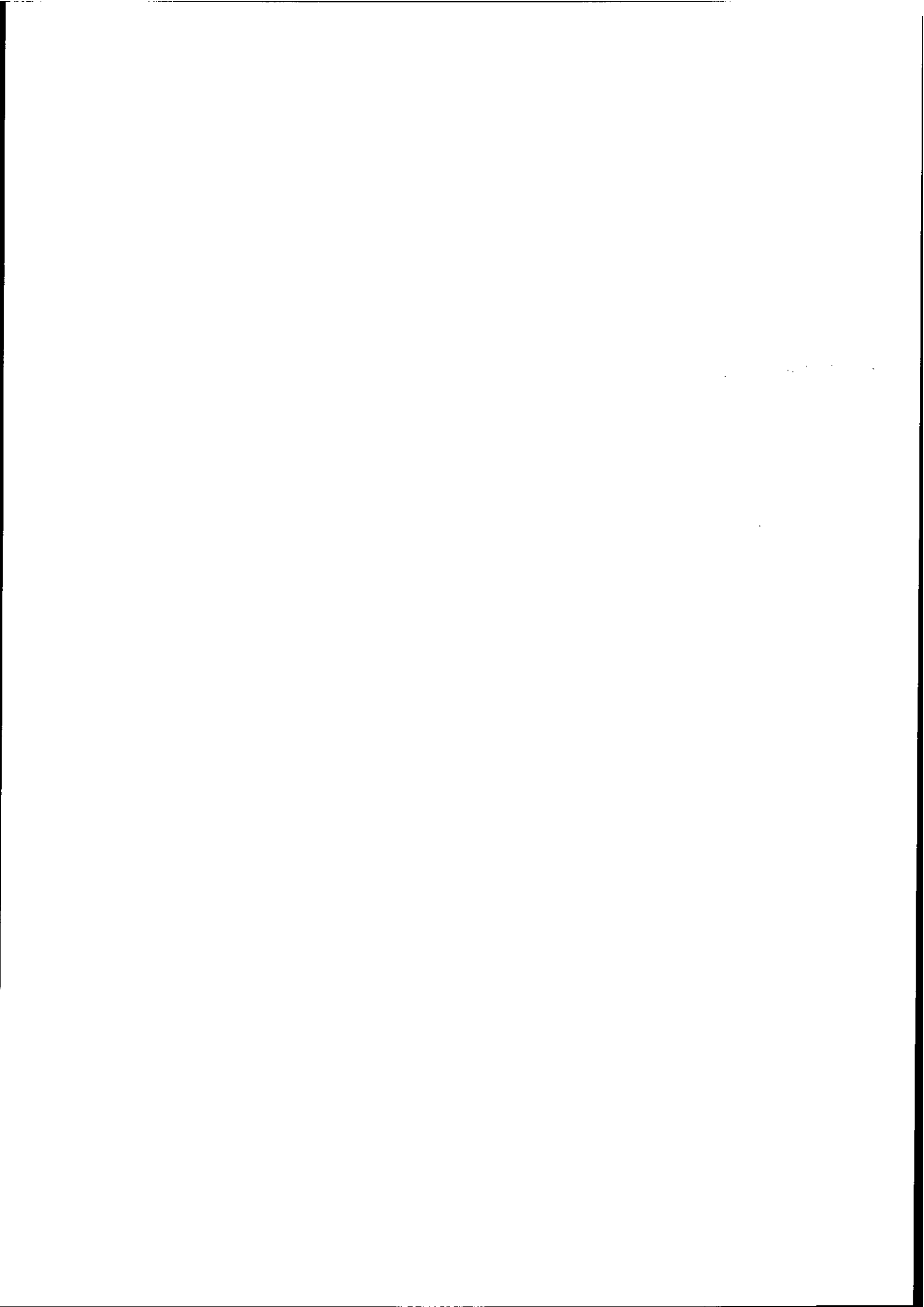
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**COMPARAISON ENTRE HYDRODYNAMIQUE ET MODELE DE CASCADE INTRANUCLEAIRE**

**J. CUGNON**

Université de Liège, Institut de Physique, Sart Tilman, Liège (Belgique)



La comparaison se fera à deux niveaux : celui des concepts et des propriétés générales et celui de la confrontation avec l'expérience. Pour faciliter la compréhension, nous passons en revue les aspects généraux de l'hydrodynamique<sup>1</sup> (section 1) et ceux de l'équation cinétique de Boltzmann<sup>2</sup> (section 2), qui est couramment reliée aux modèles de cascade intranucléaire.

## 1. HYDRODYNAMIQUE

### 1.1. Equations générales

En hydrodynamique, on suppose que l'état d'un fluide peut être décrit par cinq variables macroscopiques (nous verrons dans la section 2 ce qu'il faut entendre exactement par ce mot), à savoir la densité de masse  $\rho$ , le champ des vitesses  $\vec{v}$  et une autre grandeur thermodynamique, le choix de cette dernière étant assez libre. Bien sûr, ces quantités sont en fait des fonctions de la position  $\vec{r}$  et du temps  $t$ . Nous allons écrire les équations qu'elles satisfont. Pour simplifier l'exposé, nous considérerons d'abord le cas d'un fluide idéal, puis passerons au cas général ensuite. Nous ne considérerons que la formulation non relativiste, citant seulement quelques résultats relativistes, quand ceux-ci présentent un intérêt particulier.

#### 1.1.a. Fluide idéal

On appelle ainsi un fluide sans viscosité (pas de résistance au mouvement relatif de deux éléments de fluide voisins) et sans conductibilité thermique (aucun échange thermique entre ces éléments). Les équations de base sont :

(1) L'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad , \quad (1.1)$$

(2) l'équation d'Euler

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \quad (1.2)$$

où  $p$  est la pression du fluide. La première équation traduit la conservation de la masse, tandis que la seconde découle naturellement de l'équation de Newton appliquée à un élément du fluide. Les quatre équations scalaires (1.1)-(1.2) contiennent cinq inconnues  $(\rho, \vec{v}, p)$ . Il manque donc une équation pour rendre le système complet. Cette équation doit exprimer les propriétés thermodynamiques de l'écoulement. En termes simples, elle doit exprimer comment les propriétés internes du fluide sont couplées au mouvement macroscopique. Pour un fluide idéal, qui suppose l'absence d'échange de chaleur entre les éléments du fluide, cette équation peut être

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} s = 0 \quad (1.3)$$

Elle traduit la conservation de l'entropie. En fait, on n'a rien gagné puisqu'on a introduit une nouvelle variable  $s$  (la densité d'entropie par unité de masse) en même temps qu'une nouvelle équation. On boucle le système par l'équation d'état du fluide. D'une manière générale, l'équation d'état consiste en la relation entre la densité (par unité de masse) de l'énergie interne  $\epsilon$  et deux variables thermodynamiques  $s, \rho$  :

$$\epsilon = \epsilon(s, \rho) \quad (1.4)$$

ou sous forme différentielle

$$d\epsilon = T ds + \frac{p}{\rho^2} d\rho \quad (1.4')$$

Si l'on connaît l'équation d'état sous la forme (1.4), on peut en dériver des relations qui sont plus usuelles telles que

$$p = \rho^2 \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T = p(s, \rho) \quad (1.5)$$

$$T = \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial s} \right)_\rho = T(s, \rho) \quad (1.6)$$

En éliminant  $s$  entre ces deux équations, on peut retrouver ce qui est traditionnellement présenté comme l'équation d'état

$$p = p(T, \rho) \quad (1.7)$$

mais en toute généralité l'équation d'état est la relation reliant un potentiel

thermodynamique (U,H,...) à deux variables thermodynamiques ((s,ρ),(s,p),...). Si l'on replace explicitement la relation (1.5) dans l'équation (1.2), le système d'équations (1.1)-(1.3) est un système de cinq équations différentielles non linéaires pour les cinq inconnues (ρ,  $\vec{v}$ , s). Plus traditionnellement, on utilise (ρ,  $\vec{v}$ , T), ce qui bien sûr s'obtiendra en inversant (1.6) pour s et en remplaçant son expression dans le système d'équations.

Deux propriétés pour un fluide idéal sont à retenir :

- 1) Pour un fluide incompressible, l'énergie cinétique totale est conservée.
- 2) L'écoulement est adiabatique : il n'y a aucune production d'entropie.

### 1.1.b. Fluide réel

Pour un fluide réel, l'équation de continuité (1.1) est toujours valable. L'équation (1.2) doit être modifiée pour devenir l'équation de Navier-Stokes

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} \right] = \eta \Delta \vec{v} + \left( \zeta + \frac{1}{3} \eta \right) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) - \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \vec{\nabla} p - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \vec{\nabla} T \quad (1.8)$$

La dernière équation prend la forme

$$\rho c_v \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right] = \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) + \frac{1}{2} \eta \sum_{i,k} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right)^2 + \zeta (\vec{\nabla} \cdot \vec{v})^2 - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \quad (1.9)$$

Les trois coefficients  $\eta$ ,  $\zeta$  et  $\kappa$  expriment les propriétés de transport du fluide :  $\eta$  et  $\zeta$  sont les coefficients de viscosité de cisaillement et de volume ("bulk") respectivement et  $\kappa$  est le coefficient de conductibilité thermique. La viscosité de cisaillement s'oppose au glissement de deux éléments de fluide l'un sur l'autre, tandis que la viscosité de volume s'oppose à la compression du fluide. La conduction thermique permet la dispersion de l'énergie interne du fluide. Les coefficients de transport (propriétés de non-équilibre) s'ajoutent à l'équation d'état (propriété d'équilibre) pour déterminer la dynamique du fluide. Ils commandent la façon dont l'énergie cinétique est dissipée et la façon dont l'entropie est créée dans un fluide réel. Ainsi pour un fluide incompressible, la variation d'énergie cinétique est donnée par :

$$\frac{d}{dt} E_{kin} = - \frac{1}{2} \eta \int \sum_{i,k} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 dV \quad (1.10)$$

Pour un fluide compressible, le second terme donne la variation d'énergie ciné-

tique et de compression (pour autant que l'on puisse diviser l'énergie interne en énergie de compression et énergie thermique).

La variation d'entropie du fluide est donnée par :

$$\frac{ds}{dt} = \kappa \int \frac{(\vec{\nabla}T)^2}{T^2} dV + \frac{\eta}{2} \int \frac{1}{T} \sum_{i,k} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right)^2 dV + \zeta \int \frac{(\vec{\nabla} \cdot \vec{v})^2}{T} dV \quad (1.11)$$

Elle est bien définie positive,  $\kappa, \eta, \zeta$  étant positifs ou nuls.

## 1.2. Excitations élémentaires d'un fluide

Les équations de mouvement d'un fluide idéal (1.1), (1.2), (1.3) ou d'un fluide réel (1.1), (1.8), (1.9) sont non-linéaires en les variables  $(\rho, \vec{v}, T)$  et sont de ce fait très malaisées à résoudre. Il est possible cependant de mettre en évidence certains aspects de la dynamique en linéarisant les équations. Plus précisément, supposons que  $\rho_0(\vec{r})$ ,  $T_0(\vec{r})$  satisfont les équations hydrodynamiques dans le cas statique ( $\vec{v} = 0$  partout, pas de dépendance temporelle). La démarche est de rechercher des solutions du type

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) + \rho_1 e^{i(kx + \Lambda t)} \quad (1.12a)$$

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{v}_1 e^{i(kx + \Lambda t)} \quad (1.12b)$$

$$T(\vec{r}, t) = T_0(\vec{r}) + \theta_1 e^{i(kx + \Lambda t)} \quad (1.12c)$$

et de voir si elles satisfont les équations hydrodynamiques au premier ordre en  $(\rho_1, \vec{v}_1, \theta_1)$ . Cette procédure est identique à celle dite des petites oscillations.

Ici, nous avons supposé que la perturbation se propageait suivant l'axe Ox, ce qui n'enlève rien à la généralité. En plus, les quantités  $\vec{v}_1$  et  $\theta_1$  peuvent être a priori complexes pour ménager un déphasage possible entre la propagation des champs  $\vec{v}$  et  $T$  et celle du champ de densité.

En suivant la procédure expliquée ci-dessus, on aboutit à un système de cinq équations algébriques du type :

$$A(k, \Lambda) \begin{pmatrix} \rho_1 \\ v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \\ \theta_1 \end{pmatrix} = 0 \quad , \quad (1.13)$$

qui constitue un problème aux valeurs propres pour  $\Lambda$ . Ici,  $A(k, \Lambda)$  est une matrice de dimension cinq. Les solutions sont données dans la table ci-dessous pour le fluide réel. Elles sont obtenues en supposant que les  $\Lambda$  sont des fonctions quadratiques de  $k$ . Dans cette table,  $c_p$  et  $c_v$  sont les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants et  $U_s$  est la vitesse du son dans le fluide :

$$U_s = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s^{\frac{1}{2}} = \rho \left[ \left( \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2} \right)_s \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.14)$$

Table I. Les modes normaux hydrodynamiques

$\Lambda$	Dénomination	Structure du vecteur propre
$\Lambda_1 = iU_s k - \frac{1}{2\rho} \left[ \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \kappa + \frac{4}{3} \eta + \zeta \right] k^2$	mode sonore	(a, b, 0, 0, c)
$\Lambda_2 = -iU_s k - \frac{1}{2\rho} \left[ \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \kappa + \frac{4}{3} \eta + \zeta \right] k^2$	mode sonore	(a', b', 0, 0, c')
$\Lambda_3 = -\frac{\eta}{\rho} k^2$	mode de cisaillement	(0, 0, 1, 0, 0)
$\Lambda_4 = -\frac{\eta}{\rho} k^2$	mode de cisaillement	(0, 0, 0, 1, 0)
$\Lambda_5 = -\frac{\kappa}{\rho c_p} k^2$	mode thermique	(a'', b'', 0, 0, c'')

Les deux premiers modes sont des modes sonores, c'est-à-dire des ondes de pression. Ces ondes sont atténuées dans les fluides réels à cause des propriétés de transport, ainsi que l'atteste la présence des coefficients  $\kappa$ ,  $\eta$  et  $\zeta$  dans la partie réelle des valeurs propres  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ . La partie réelle est définie négative et correspond bien à un amortissement de l'onde. Les deux modes suivants sont des modes de cisaillement : ils correspondent à un champ des vitesses perpendiculaires à la direction de propagation Ox. Dans un fluide réel, ces modes (il y en a deux parce qu'il y a deux directions perpendiculaires) sont amortis d'une façon sur-critique. En tout point du fluide, la perturbation est exponentiellement décroissante. Le cinquième mode est un mode thermique amorti (d'une façon sur-critique). Il convient de remarquer que les ondes sonores entraînent des per-



turbations (ondulatoires) de la vitesse longitudinale et de la température. Cela provient du fait que dans un fluide réel la compression chauffe la matière. Similairement, le mode thermique entraîne une perturbation dans la densité et le courant. Si le fluide s'échauffe, la pression change et le gradient de pression génère des déplacements dans le fluide. Il est à noter que les modes sonores et thermiques se découplent si le taux d'augmentation de pression avec la température à volume constant  $(\frac{\partial p}{\partial T})_V$  est nul (et si  $(\frac{\partial p}{\partial \rho})_T$  ne dépend pas de la température). Cette remarque s'explique aisément au vu de l'équation (1.8). A la limite d'un fluide idéal ( $\eta, \kappa, \zeta \rightarrow 0$ ), les deux modes sonores ne sont pas amortis et les trois modes restants sont dégénérés avec l'état d'équilibre ( $\Lambda_3 = \Lambda_4 = \Lambda_5 = 0$ ).

### 1.3. Onde de choc

La non-linéarité des équations hydrodynamiques est la source de l'existence d'excitations très particulières des fluides, telles que les solitons (perturbations limitées dans l'espace se propageant en gardant leur profil et sans dissipation) et telles que les ondes de choc. Ici, une perturbation peut être tellement intense qu'elle ne peut se propager sous forme (de superposition) d'ondes sonores. Le phénomène peut alors se concevoir comme la propagation d'une surface de discontinuité. Cette dernière sépare l'espace en deux régions. Dans chacune d'elles, les équations hydrodynamiques restent valables, mais ne peuvent bien sûr être appliquées au-travers de la discontinuité. On peut cependant faire ressortir quelques propriétés du phénomène en appliquant les lois de conservation au-travers de la surface. Avant d'aller plus loin, disons de suite que la question de l'épaisseur physique de la surface de discontinuité sera évoquée plus loin. Signalons aussi que l'exemple le plus connu de l'onde de choc est fourni par l'onde de Mach produite par le déplacement d'un engin supersonique dans l'atmosphère.

Pour la simplicité, nous supposons que la surface du choc est un plan. La procédure consiste à se placer dans un référentiel où la surface est au repos et à appliquer les équations de conservation (masse, impulsion, énergie) sur un petit cylindre "à cheval" sur la surface. Après avoir fait tendre la hauteur du cylindre vers zéro, on obtient les équations suivantes :

$$(\rho v)_1 = (\rho v)_2 \quad (1.15a)$$

$$(p + \rho v^2)_1 = (p + \rho v^2)_2 \quad (1.15b)$$

$$[\rho v(\frac{1}{2} v^2 + w)]_1 = [\rho v(\frac{1}{2} v^2 + w)]_2 \quad (1.15c)$$

Dans ces équations, 1 se réfère au côté d'où vient le fluide et 2 au côté où il s'écoule,  $w$  est la densité massique d'enthalpie

$$w = \epsilon + \frac{p}{\rho}, \quad (1.16)$$

et  $v$  est la vitesse normale (il est facile de voir que les autres composantes n'interviennent pas). Après des manipulations assez simples sur les équations (1.15), on aboutit à l'équation de Rankine-Hugoniot :

$$w_1 - w_2 + \frac{1}{2} (V_1 - V_2) (p_2 - p_1) = 0, \quad (1.17)$$

où nous avons introduit les volumes spécifiques  $V_i = \frac{1}{\rho_i}$ . Cette équation peut être vue comme une relation entre les pression et volume spécifiques avant le choc  $(p_1, V_1)$  et les mêmes grandeurs après le choc  $(p_2, V_2)$ . Elle est caractéristique d'une certaine transformation comme l'adiabatique de Poisson  $(p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma)$  est caractéristique d'une transformation adiabatique irréversible. La relation (1.17) s'appelle parfois adiabatique de choc. En voici les principales propriétés.

1° Considérées dans le plan  $(p, V)$ , les adiabatiques de choc sont des familles à deux paramètres, alors que les adiabatiques de Poisson sont des familles à un paramètre ( $x = pV^\gamma$ ).

2° Ce sont des courbes à dérivée négative. Pour un choix de valeurs  $p_1, V_1$ , l'adiabatique de choc coupe l'adiabatique de Poisson en un seul point, à savoir  $(p_1, V_1)$  lui-même (voir Fig. 1).

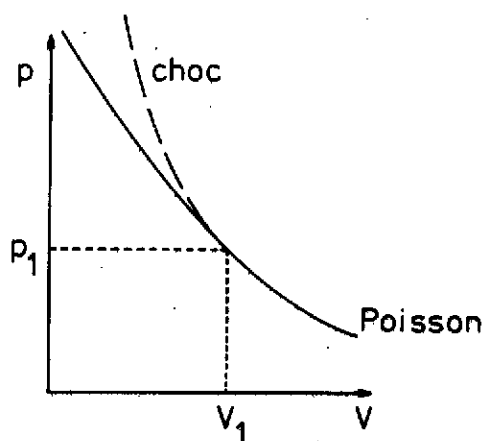


Fig. 1. Comparaison entre l'adiabatique de Poisson et l'adiabatique de choc, pour les mêmes conditions initiales.

3°) Contrairement à l'adiabatique de Poisson, l'adiabatique de choc n'a de sens que pour  $v \leq v_1$ . Autrement dit, le choc ne peut que compresser le fluide.

4°) Dans le même ordre d'idées, l'entropie ne peut que croître au-travers du choc :

$$s_2 > s_1 \quad (1.18)$$

Le choc est un phénomène irréversible.

5°) L'adiabatique de choc est toujours au-dessus de l'adiabatique de Poisson. Ceci conduit à un résultat surprenant : pour une même pression finale, on comprime mieux le fluide par une transformation de Poisson que par un choc. Dans un choc, il y a d'ailleurs une compression maximale qui correspond à une pression finale  $p_2$  infinie dans l'équation (1.17). On a

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{\max} = \frac{c_p + c_v}{c_p - c_v} \quad (1.19)$$

Dans le cas relativiste, cette limite croît avec le facteur de Lorentz de l'écoulement incident dans un référentiel où  $v_2$  est nul. Dans le cas ultra-relativiste, la croissance est linéaire.

6°) La différence de vitesse  $v_1 - v_2$  est supérieure à la vitesse du son. Si donc on se place dans un référentiel où le fluide est au repos avant le choc, on verra la perturbation se déplacer plus vite que la vitesse du son.

7°) La largeur réelle du choc  $\delta$  est au moins aussi grande que le libre parcours moyen  $\lambda$  des particules dans le fluide. Ceci est une borne inférieure. Dans la plupart des cas, il faut plutôt compter sur plusieurs fois le libre parcours moyen.

## 2. APPROCHE MICROSCOPIQUE

Un fluide n'étant jamais qu'une collection de particules, on peut se demander si une description microscopique n'est pas plus appropriée que l'approche hydrodynamique. Malheureusement, les théories microscopiques sont inutilisables en général. Dans un cas cependant, celui des gaz dilués, on a un schéma théorique assez complet, où l'on peut pousser assez loin l'investigation. A la fin de ce chapitre nous dirons quelques mots seulement de l'autre limite ; celle des fluides denses.

### 2.1. Gaz dilués

Par là, on entend un fluide nécessairement peu dense, où les particules se meuvent librement la plupart du temps, et où les interactions ne servent qu'à changer les impulsions des particules en collision. Un tel système est bien décrit par l'équation cinétique de Boltzmann. Cette dernière est une équation d'évolution pour la fonction de distribution à un corps  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ , qui donne la loi de probabilité de trouver une particule du gaz à l'endroit  $\vec{r}$  avec la vitesse  $\vec{v}$ . Elle peut s'écrire :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right) f(\vec{r}, \vec{v}, t) = G - P \quad (2.1)$$

avec

$$P = f(\vec{r}, \vec{v}, t) \int d^3\vec{v}_1 d\omega |\vec{v} - \vec{v}_1| \sigma f(\vec{r}, \vec{v}_1, t) \quad (2.2)$$

et

$$G = \int d^3\vec{v}_1 d\omega |\vec{v} - \vec{v}_1| \sigma f(\vec{r}, \vec{v}', t) f(\vec{r}, \vec{v}_1, t) \quad (2.3)$$

Dans ces équations,  $d\omega$  représente l'élément d'angle solide

$$d\omega = 2\pi \sin \chi d\chi \quad , \quad (2.4)$$

où  $\chi$  est l'angle de diffusion de la particule de vitesse  $\vec{v}$ . Cette dernière grandeur est suffisante pour déterminer  $\vec{v}'$  et  $\vec{v}'_1$  à partir de  $\vec{v}$  et  $\vec{v}_1$ .

En effet, on doit avoir

$$\vec{v}' + \vec{v}'_1 = \vec{v} + \vec{v}_1 \quad , \quad (2.5a)$$

$$v'^2 + v_1'^2 = v^2 + v_1^2 \quad , \quad (2.5b)$$

et aussi tenir compte du fait que chacun des vecteurs  $\vec{v}'$  et  $\vec{v}'_1$  est dans le plan défini par  $\vec{v}$  et  $\vec{v}_1$ . La quantité  $\sigma$  est la section efficace différentielle pour l'angle de diffusion  $\chi$ . Classiquement, on a :

$$\sigma = \frac{b(\chi)}{\sin \chi} \frac{db(\chi)}{d\chi} \quad , \quad (2.6)$$

où  $b(\chi)$  est la fonction reliant le paramètre d'impact et l'angle de diffusion, c'est-à-dire la fonction inverse de la fonction de déflexion. Le terme de perte  $P$  se comprend aisément. Pour écrire le terme de gain  $G$ , on a fait largement usage de la symétrie de la collision.

L'équation de Boltzmann possède les propriétés suivantes :

1°) Il y a cinq invariants (et cinq seulement), c'est-à-dire cinq quantités qui

ne changent pas au cours du temps, à savoir

$$I_n = \int d^3\vec{r} \int d^3\vec{v} \gamma_n f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.7)$$

avec

$$\gamma_n = 1, \vec{v}, v^2 \quad (2.8)$$

2°) L'entropie

$$s = -k \int d^3\vec{r} \int d^3\vec{v} f \ln f \quad (2.9)$$

ne peut décroître

$$\frac{ds}{dt} \geq 0 \quad (2.10)$$

En fait, l'accroissement de  $s$  vient des collisions, qui constituent une condition nécessaire mais non suffisante pour l'accroissement d'entropie. L'état d'entropie maximale est un état d'équilibre où les termes de gain et de perte se compensent exactement.

3°) En prenant les moments par rapport à  $\vec{v}$  de l'équation de Boltzmann, on obtient un nombre infini d'équations (une hiérarchie, dit-on) couplant les différents moments de la fonction de distribution  $f$ . Ainsi, le moment d'ordre zéro donne

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \int d^3\vec{v} \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) = 0 \quad (2.11)$$

où

$$\rho = \int d^3\vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.12)$$

est bien la densité du gaz. Si l'on définit  $\vec{u}$  par

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \frac{\int d^3\vec{v} \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\int d^3\vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t)} \quad (2.13)$$

l'équation (2.11) s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.14)$$

et prend la forme de l'équation de continuité (1.1). Il s'agit bien de la même équation, car  $\vec{u}$  peut en fait s'interpréter comme la vitesse macroscopique d'un élément du gaz.

Le premier moment de l'équation de Boltzmann donne la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) = - \vec{\nabla} \cdot [\rho \vec{u} \otimes \vec{u} + \int d^3 \vec{v} (\vec{v} - \vec{u}) \otimes (\vec{v} - \vec{u}) f(\vec{r}, \vec{v}, t)] \quad (2.15)$$

A son tour, le second moment (plus exactement le moment en  $v^2$ ) donne

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) = - \vec{\nabla} \cdot [\rho e \vec{u} + \vec{J}] - \sum_{i,k} P_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (2.16)$$

où

$$e = \frac{1}{\rho} \int d^3 \vec{v} v^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.17)$$

$$\vec{J} = \frac{1}{2} \int d^3 \vec{v} (\vec{v} - \vec{u}) (\vec{v} - \vec{u})^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.18)$$

et où  $P_{ik}$  est le tenseur contenu dans le crochet du second membre de l'équation (2.15). Deux remarques d'imposent. L'équation (2.15) présente une certaine ressemblance avec l'équation de Navier-Stokes. La quantité

$$p = \frac{1}{3} \int d^3 \vec{v} (\vec{v} - \vec{u})^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.19)$$

reconnaissable dans le second membre, peut en effet être interprétée comme la pression macroscopique. Encore que moins évidente, l'équation (2.16) présente une certaine ressemblance avec la cinquième équation de l'hydrodynamique (1.9). D'autre part, les équations (2.11), (2.15) et (2.16) indiquent déjà que la hiérarchie ne se fermera jamais. La variation d'un moment d'ordre  $n$  implique les moments d'ordre  $n+1$ . En conséquence, il apparaît que, dans ce cas, les équations de l'hydrodynamique sont une certaine approximation de l'équation de Boltzmann, obtenues en fermant la hiérarchie sur elle-même. En général, cela se fait d'une manière semi-phénoménologique.

4°) L'équation de Boltzmann linéarisée a les mêmes modes normaux qu'un gaz idéal. Pour cette propriété assez difficile à établir, nous renvoyons à la référence <sup>2</sup>.

Il résulte de ce rapide exposé que les équations hydrodynamiques et l'équation de Boltzmann donnent lieu à des propriétés dynamiques assez semblables dans le cas d'un gaz dilué. Ce dernier peut être caractérisé par un libre parcours moyen plus grand que le rayon caractéristique d'interaction

$$r_c < \lambda \quad (2.20)$$

En quoi consiste donc la différence entre les deux approches ? Il semble bien qu'elle réside dans l'échelle des longueurs sur laquelle on regarde. L'hydrodynamique n'est valable que si on considère des perturbations dont la longueur caractéristique  $L$  est très grande vis-à-vis du libre parcours moyen  $\lambda$  :

$$\lambda \ll L$$

(2.21)

En effet, si une particule n'est pas thermalisée et si l'on considère des éléments de fluide de dimension  $\lambda$ , les variations (temporelle et spatiale) d'un élément à l'autre seront trop grandes pour pouvoir être traitées par des équations avec des dérivées. Par contre, l'équation de Boltzmann est adaptée pour étudier des déviations vis-à-vis de l'équilibre local. En d'autres termes, la longueur caractéristique peut être nettement plus petite que  $\lambda$ .

Semblablement, l'hydrodynamique ne peut traiter que des variations temporelles de temps caractéristique  $T$  nettement plus grand que le temps de relaxation  $\tau_r$ .

## 2.2. Fluides denses

Ici, la condition (2.20) n'est plus valide. Par conséquent, les corrélations à deux ou plusieurs corps (contenues dans les fonctions de distribution à deux ou plusieurs corps) sont certainement importantes. L'approche de Boltzmann devient caduque. Enfin, les interactions ne peuvent plus être négligées. Il y aura probablement des effets de l'équation d'état, qui se départira de l'équation des gaz parfaits. On peut avoir ainsi des systèmes où (2.20) n'est pas valable et pour lesquels l'approche hydrodynamique est justifiée. Le cas le plus simple est celui de l'eau. Notons cependant que pour les fluides denses, il est toujours logique de requérir (2.21), encore qu'il n'existe pas de cadre théorique général permettant de dériver les équations hydrodynamiques.

## 3. COLLISIONS ENTRE IONS LOURDS A HAUTE ENERGIE

### 3.1. Généralités

Par haute énergie, il faut entendre ici la région couverte par le Bévalac de Berkeley, c'est-à-dire grosso modo la région des énergies incidentes par nucléon s'étendant entre 200 MeV et 2 GeV. On peut trouver régulièrement dans la littérature un aperçu des résultats expérimentaux. Nous renvoyons à la revue la plus récente<sup>3</sup> et au cours de Jörg Hüfner dans la présente école.

Une des questions essentielles est de savoir si la dynamique des collisions du type précité est plutôt du type des gaz peu denses ou du type hydrodynamique. Une première approche consiste à voir si les conditions (2.20) et (2.21) sont

vérifiées<sup>†</sup>. La portée des forces nucléaires  $r_c$  (en tout cas de la partie responsable des grandes impulsions transférées) est typiquement de 1 fm. Le libre parcours moyen  $\lambda$ , relié à la section efficace totale par

$$\lambda = \frac{1}{\rho\sigma} \quad (3.1)$$

vaut typiquement  $\sim 1.5$  fm à 1 GeV par nucléon et 3 fm à 250 MeV par nucléon. La condition (2.20) n'est pas très bien vérifiée, et a priori le régime de l'équation de Boltzmann n'est probablement atteint qu'approximativement. L'examen de la condition (2.21) est un peu délicat. Les considérations faites dans la section 2.1 indiquent que la quantité significative n'est pas la quantité (3.1), qui représente le libre parcours moyen pour faire une collision, mais le parcours moyen  $\lambda_{th}$  pour thermaliser une particule nettement plus énergétique que ses voisines. On peut écrire

$$\lambda_{th} = \lambda \frac{p_0}{\langle \Delta p_{\parallel} \rangle} \quad (3.2)$$

où  $\langle \Delta p_{\parallel} \rangle$  est l'impulsion longitudinale perdue en moyenne par collision, et où  $p_0$  est l'impulsion initiale. Dans la région de 1 GeV par nucléon, il faut  $\sim 3$  collisions (au moins) pour thermaliser une particule à cause de la section efficace différentielle assez piquée vers l'avant. A plus basse énergie, les choses se présentent un peu plus favorablement, mais on peut prendre  $\lambda_{th} \approx 5$  fm comme une estimation acceptable. La valeur maximale de  $L$  (équation (2.21)) est bien sûr fournie par la dimension des noyaux, disons 10 fm. On doit en conclure que la condition (2.21) n'est pas réalisée.

Cependant, on ne peut pas exclure tout à fait que les noyaux à ces énergies se comportent comme des gaz denses, que peut-être les interactions y jouent un rôle primordial (à cause d'effets de milieu dense, qui peuvent renormaliser les interactions).  $\lambda_{th}$  peut être notablement plus petit, ce qui entraînerait la validité de l'hydrodynamique, avec la présence possible d'effets d'équation d'état. La réponse ne peut provenir, semble-t-il pour l'instant, que de la comparaison avec l'expérience.

### 3.2. Les noyaux coulent-ils comme l'eau ?

Nous allons passer en revue quatre questions plus spécifiques.

<sup>†</sup> Nous supposons ici, ce qui est raisonnable, que le mouvement des nucléons est classique.



1°) Y a-t-il des ondes de choc ?

Historiquement, cette question fut la première à être posée. Elle a donné lieu à une controverse assez vive<sup>4-6</sup>. Il semble bien qu'à l'heure actuelle, on soit incapable d'y répondre, pour la raison que l'on ne connaît pas bien comment les parties "choquées" se désexcitent.

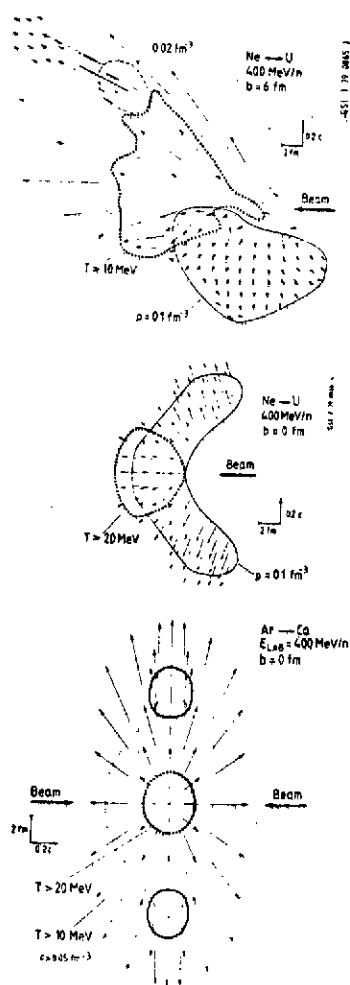
2°) Peut-on mettre en évidence une absence d'équilibre local ?

Des expériences conduites par le groupe de Nagamiya<sup>7</sup> ont permis de mettre en évidence d'une façon assez convaincante la présence d'un processus dit de "knock-out" : un nucléon du projectile et un nucléon de la cible se dévient mutuellement et ne font que cette collision-là. Cela constitue une déviation vis-à-vis de l'équilibre local, bien que l'importance (ou la fréquence) de ce processus ne soit pas bien établie<sup>8,9</sup>. Il faut dire aussi que les mesures faites par Nagamiya (corrélation entre deux protons dans les conditions régies par la cinématique de la diffusion unique) sont reproduites par les calculs de cascade intranucléaire<sup>10</sup>, qui peuvent être considérés en quelque sorte comme une façon de résoudre l'équation de Boltzmann.

3°) Y a-t-il des effets de pression ou au contraire des effets de grand libre parcours moyen ?

Les effets de pression peuvent se manifester de trois manières différentes, ainsi que l'indique la Fig. 2, construite à partir de calculs hydrodynamiques<sup>11</sup>. Dans une collision non-centrale (paramètre d'impact  $\approx$  rayon de la cible, haut de la figure), une zone chaude qui se développe au point de contact a tendance à pousser la zone froide du projectile sur le côté et à faire reculer légèrement le fragment lourd spectateur de la cible à  $\approx 90^\circ$ . Les flèches dans la Fig. 2 symbolisent le champ des vitesses. Dans une collision centrale entre un projectile léger et une cible lourde (milieu de la figure), le projectile a tendance à faire éclater la cible et à donner lieu à une émission préférentielle (en tout cas pour les vitesses les plus petites) vers un angle notablement différent de  $0^\circ$ . Dans une collision centrale entre partenaires semblables (bas de la figure), la pression développée au centre de masse a pour effet d'éjecter la matière à  $90^\circ$  dans le c.m.

Si, au contraire, les nucléons ont un libre parcours moyen  $\lambda_{th}$  assez grand, les noyaux pourront s'interpénétrer plus facilement et les effets de pression mentionnés ci-dessus s'estomperont.



*Fig. 2. Flux de matière après collision pour différents systèmes, selon les calculs hydrodynamiques rapportés dans<sup>11</sup>. La longueur des flèches indique le champ des vitesses. En haut : collision non-centrale Ne et U. Milieu : collision centrale pour le même système. En bas : collision centrale entre Ca et Ar, représentation dans le système du centre de masse.*

Des expériences de corrélation entre fragment léger rapide et fragment lourd lent semblent montrer le bien-fondé du processus de rebondissement décrit dans le haut de la Fig. 2. Une dépendance assez sensible vis-à-vis du fragment lourd laisse cependant planer un doute. Notons enfin que les calculs de cascade prévoient un effet de rebondissement, mais moins marqué.

Les distributions angulaires de protons de diverses énergies sont données dans la Fig. 3 pour le système Ne+U à 393 MeV par nucléon. Il y a une légère préférence pour une émission vers  $\sim 70^\circ$ . Les calculs de cascade de Yariv et Fraenkel (haut de la Fig. 3) ne reproduisent pas cette allure<sup>12</sup>. Les calculs d'hydrodynamique "bruts" (en bas à droite) prédisent une trop forte concentration angulaire. Si l'on imagine que chaque élément du fluide est une collection de particules en équilibre chimique, on reproduit plus ou moins les résultats expérimentaux. Disons cependant que cette procédure est assez discutable et de plus implique au moins un paramètre : la densité de "freeze-out" à laquelle la matière se fragmente. Par ailleurs, les calculs de cascade n'incluent pas directement la

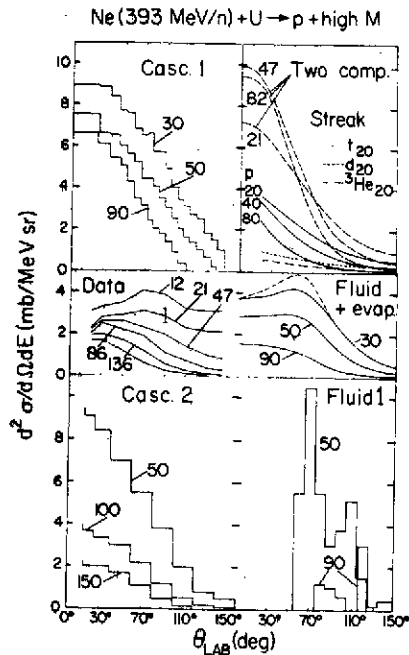


Fig. 3. Distribution angulaire des protons de différentes énergies (indiquées en MeV par les chiffres) issus de la collision entre Ne et U à 393 MeV par nucléon<sup>12</sup>. Voir le texte pour plus de détails.

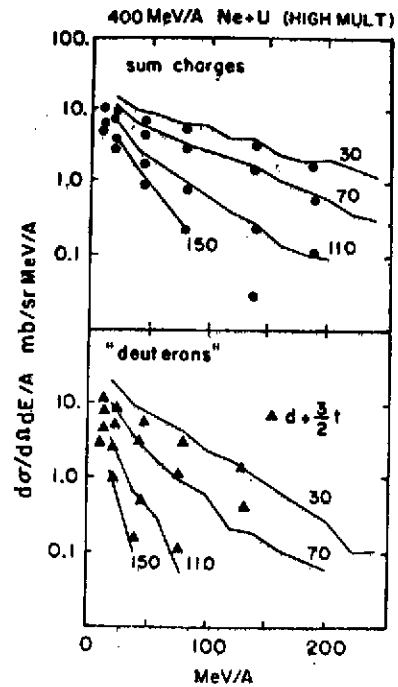


Fig. 4. Même système que pour la Fig. 3. Comparaison entre les résultats des calculs de cascade de la réf.<sup>13</sup> (traits pleins) et les sections efficaces expérimentales pour la production sommée (particules libres plus celles contenues dans les particules composites plus lourdes) de protons et de deutons. Voir texte.

production de particules composites et les résultats des calculs doivent plutôt être comparés avec la section efficace de production de "charges" : les protons libres plus ceux contenus dans les deutons, tritons, etc... Cette comparaison est faite dans la Fig. 4 en haut, où les calculs de cascade sont ceux de la référence<sup>13</sup>. La partie inférieure de la Fig. 4 montre aussi comment la production de deutons est reproduite. Ces résultats suggèrent que le creux à 0° dans la distribution des protons de basse énergie proviendrait du fait que dans cette région, les protons ont plutôt tendance à apparaître dans les composites plutôt que comme protons libres.


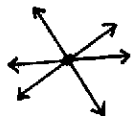

L'émission préférentielle à 90° c.m. dans les collisions centrales entre noyaux semblables peut être adéquatement étudiée à l'aide des variables globales. Celles-ci fournissent un moyen simple de caractériser des événements à grande

multiplicité de particules émises à l'aide de quelques paramètres seulement. Parmi celles-ci, nous introduisons ici l'estoc ("thrust").

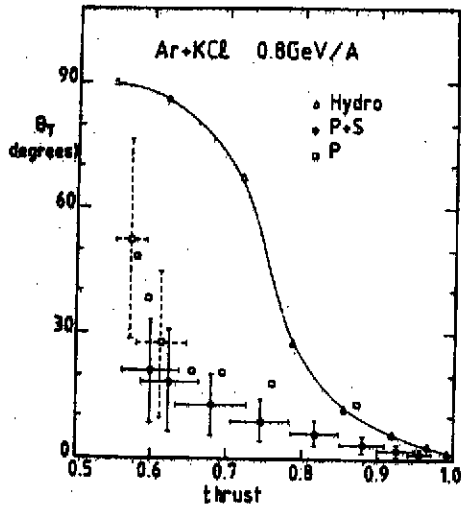
Si dans un événement,  $M$  particules sont émises avec des impulsions  $\vec{p}_i$  dans le c.m., l'estoc  $t$  est défini par

$$t = \max_{\hat{n}} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \hat{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \quad (3.3)$$

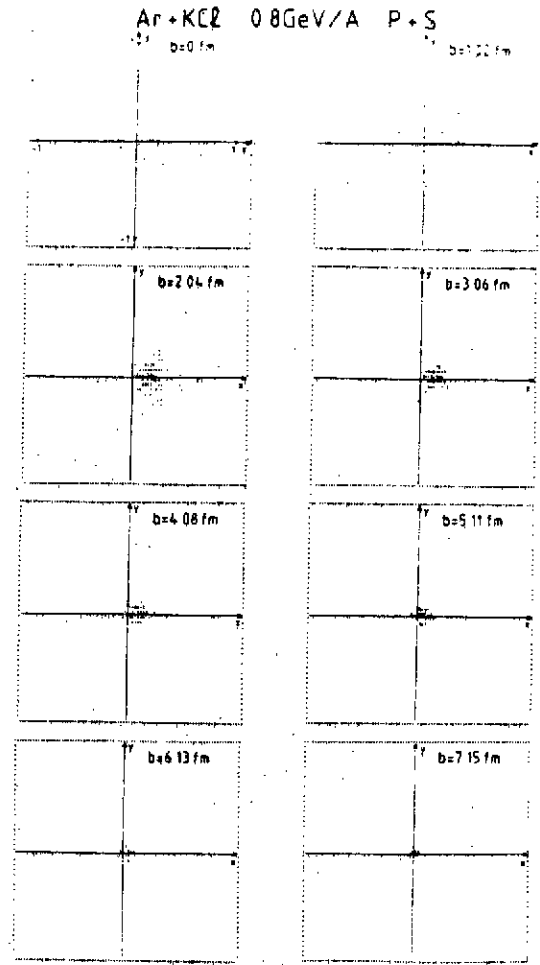
L'estoc est donc caractérisé par la valeur de  $t$  et l'angle de la direction qui donne le maximum. Nous donnons dans la table ci-dessous les valeurs de  $t$  et de l'angle pour trois types d'événements limite : les événements "crayon" ("pencil", P) où il y a deux fragments émis dos à dos, les événements sphériques (S), où beaucoup de fragments sont émis d'une façon isotrope et enfin les événements "disques" (D), où l'émission est isotrope dans un plan.

		$t$	direction
P		1	d'émission.
S		1/2	indéfinie
D		2/π	dans le plan

La situation donnée par la Fig. 2 en bas implique que l'estoc devrait être proche de 0.6 pour des paramètres d'impact  $b$  petits et pointer à un angle  $\theta = 90^\circ$  par rapport à la direction incidente. Pour des valeurs de  $b$  de plus en plus grandes,  $t$  doit augmenter et être dirigé de plus en plus vers la direction incidente. Les prédictions des modèles de cascade<sup>14</sup> sont données par exemple dans la Fig. 5 : l'angle moyen  $\bar{\theta}_T$  (les calculs de cascade incluent toujours des fluctuations contrairement aux prédictions de l'hydrodynamique) entre la direction de l'estoc et la direction incidente y est toujours plus petite que dans le cas hydrodynamique<sup>15</sup>. Les résultats expérimentaux, toujours préliminaires<sup>16</sup>, semblent cependant indiquer que la réalité physique serait plus proche des modèles de cascade. En fait, ceux-ci impliquent un comportement qui n'est



*Fig. 5. Comparaison entre les prédictions hydrodynamique<sup>15</sup> (triangles) et celles des modèles de cascade<sup>14</sup> pour l'estoc (thrust) et l'angle d'estoc. Le système étudié est Ar + KCl à 800 MeV par nucléon. Les prédictions des cascades ont été faites dans deux cas selon que l'on inclut dans l'expression (3.3) tous les nucléons (carrés) ou seulement les participants (cercles pleins), c'est-à-dire ceux qui ont au moins fait une collision. Les barres d'erreur indiquent les fluctuations statistiques du calcul basé sur 160 événements. Pour plus de clarté, les barres d'erreur ont seulement été partiellement reproduites pour les participants. Les divers points, carrés ou triangles correspondent à différents paramètres d'impact :  $b = 0, 1.02, 2.04, 3.06, 4.08, 5.10, 6.12, 7.14$  fm respectivement, s'étendant de gauche à droite.*



*Fig. 6. Même système que dans la Fig. 5. Voir le texte pour plus de détails. La direction du faisceau coupe le plan au centre des carrés. L'estoc calculé concerne tous les nucléons.*

qu'imparfaitement révélé par la Fig. 5. Dans la Fig. 6, nous avons séparé les paramètres d'impact et nous avons porté les points qui représentent la projection de l'extrémité du vecteur unitaire  $\vec{n}_t$  qui rend  $t$  maximum sur un plan perpendiculaire à la direction incidente. On peut y voir qu'en moyenne, pour les collisions centrales, ce vecteur pointe dans la direction incidente. La valeur de  $\bar{\theta}_t$  reflète en fait la fluctuation de  $\vec{n}_t$  et non sa valeur moyenne. On peut voir en ce résultat le fait que les modèles de cascade sont bien consistants avec un libre parcours moyen  $\lambda_{th}$  non négligeable.

#### 4°) Y a-t-il des effets d'équation d'état ?

Les modèles de cascade prédisent en général un taux de production de pions trop grand. Une explication possible, avancée par Stock<sup>17</sup>, considère que les "cascades sont trop chaudes" : l'énergie cinétique y serait surestimée à cause des interactions attractives qui sont laissées de côté. Cette remarque soulève une perspective intéressante : la différence donnerait ainsi des indications sur l'énergie d'interaction, c'est-à-dire sur l'équation d'état. Cependant, le mécanisme de production de pions est probablement trop simplifié dans les descriptions usuelles.

#### 4. CONCLUSIONS

Dans l'état actuel de nos connaissances, on ne peut pas encore trancher clairement la question de savoir laquelle d'une approche hydrodynamique ou d'une approche de gaz peu denses est la plus appropriée pour les collisions nucléaires relativistes. Nous pensons cependant que la mesure des variables globales dans les collisions entre partenaires égaux donne une préférence pour l'approche des gaz peu denses, matérialisée par les calculs de cascade intranucléaire. Néanmoins, la réponse n'est pas définitive et il est très possible que la réalité physique ait "décidé" de prendre une position intermédiaire où des comportements collectifs et des manifestations de grand libre parcours moyen (de transparence) coexistent.

#### REFERENCES

1. Voir par exemple L.D. Landau et E.M. Lifshitz, Fluid Mechanics (Pergamon Press, New York, 1959).

2. Voir par exemple R. Balescu, *Equilibrium and Non Equilibrium Statistical Mechanics* (J. Wiley, New York, 1975).
3. M. Gyulassy, S. Nagamiya, à paraître dans "Advances in Nuclear Physics".
4. H.G. Baumgardt et al., *Z. Physik* A273 (1975) 359.
5. A.M. Poskanzer et al., *Phys. Rev. Lett.* 35 (1975) 1701.
6. G.F. Bertsch, *Phys. Rev. Lett.* 34 (1975) 698.
7. S. Nagamiya et al., *Phys. Lett.* 81B (1979) 147.
8. J. Cugnon, *Phys. Rev.* C23 (1981) 971.
9. J. Knoll, *Phys. Rev.* C20 (1979) 773.
10. Y. Yariv, Z. Fraenkel, *Phys. Rev.* C24 (1981) 488.
11. H. Stöcker et al., ICOSAHIR, Saclay 1982, *Nucl. Phys.* A387 (1982) 205c.
12. H. Stöcker et al., *Phys. Rev. Lett.* 47 (1981) 1807.
13. M. Gyulassy, E.A. Remler, K. Frankel, à paraître.
14. D. L'Hôte, J. Cugnon, à paraître.
15. J. Kapusta, D. Strottman, *Phys. Lett.* 106B (1981) 33.
16. J. Harris, communication privée.
17. R. Stock, à paraître.